

Specifične učne težave pri matematiki

Marija Kavkler

Uvod

Računska pismenost

Slovenska vlada je leto 2007 razglasila za leto pismenosti. Temeljni cilj tega projekta je izboljšati raven vseh vrst pismenosti, omogočiti hitrejši razvoj družbe in gospodarstva ter doseči večjo socialno vključenost posameznikov v družbo. Strategija ima tudi nekaj specifičnih ciljev: razvijanje družinske pismenosti pri predšolskih otrocih, temeljnih zmožnosti branja, pisanja in računanja v prvih letih šolanja in razvijanje pozitivnega odnosa do pismenosti.

Ena od pismenosti je tudi računska pismenost, ki ni statično pridobljena sposobnost za vse življenje, ampak se spreminja v skladu s posameznikovimi potrebami. Računska pismenost je proceduralno, praktično znanje, ki vključuje različne postopke reševanja matematičnih problemov. Je socialno pogojena in vključuje sposobnost povezovanja matematike in komunikacijskih veščin. Besede so orodje, ki omogoča prevod numeričnih informacij v ljudem razumljivo obliko matematičnih informacij. Nekatere besede, ki se pojavljajo le na področju matematike (npr. premica, delitelj itd.), predstavljajo težave vsem tistim, ki so računsko slabše pismeni.

Računska pismenost, ki je opredeljena tudi kot sposobnost reševanja računskih nalog oziroma sposobnost opravljanja različnih operacij, ki jih zahteva vsakodnevno življenje, vključuje vse štiri osnovne računske operacije: seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje, ki se pojavljajo posamezno ali v kombinacijah, v številčnih ali drugače opredeljenih količinah. Izvajanje računskih operacij je na prvi pogled povsem drugačen miselni proces, kot jih zahtevata besedilna in dokumentacijska pismenost, toda analiza nalog je pokazala, da ima pri računski pismenosti predelovanje pisnih informacij pomembno vlogo pri definiranju težavnosti nalog. Na splošno prevladuje mnenje, da odrasli nimajo težav z računskimi nalogami, kadar so podane v računskih operacijah s simboli. Težave nastopijo, kadar je treba količine izluščiti iz besedila in ugotoviti, katere računske operacije so potrebne za rešitev matematičnega problema.

Slovenske odrasle osebe z deklariranimi učnimi težavami so dosegle v okviru OECD raziskave o pismenosti odraslih (1998) zelo nizko raven računske pismenosti. Na osnovi značilnosti odraslih oseb z deklariranimi učnimi težavami in analizo nalog smo v okviru rezultatov IALS (International Adult Literacy Survey) raziskave o pismenosti odraslih ocenile vzroke njihovih težav pri reševanju nalog, s katerimi je bila ocenjena računska pismenost (Magajna, Kavkler in Ortar-Križaj, 2003). Na osnovi analize rezultatov IALS raziskave lahko povzamemo, da težave, ki so prisotne v času šolanja, ne izginejo, ampak vplivajo na matematične dosežke tudi v dobi odraslosti, saj je bilo tudi pri odraslih osebah z deklariranimi učnimi težavami ugotovljeno:

- *slabše procesiranje jezikovno podanih informacij*, kar je pogojevalo velike težave pri reševanju matematičnih nalog, ki so bile podane v jezikovno zahtevnejših besedilih;
- da so imele *nizje dosežke pri reševanju nalog* osebe s težavami pri branju, ker so bila pri večini nalog besedila dolga in dokaj kompleksna, kar je vplivalo na razumevanje besedil;
- *slabša avtomatizacija aritmetičnih dejstev in postopkov*, saj so netočno rešili tudi aritmetične naloge, ki so jih razumeli;
- *slabše razvite vizualno-specialne sposobnosti* so vplivale na rešitve nalog, ki so terjale iskanje informacij v preglednicah in grafičnih prikazih itd.

Slabšo matematično pismenost v odrasli dobi lahko preprečimo ali vsaj pomembno zmanjšamo z učinkovito zgodnjo obravnavo otrok z učnimi težavami pri matematiki.

Nižji matematični dosežki otrok in mladostnikov

S preučevanjem učnih težav pri otrocih in mladostnikih (v nadaljevanju: otrok) so se začeli intenzivno ukvarjati šele po letu 1800. Mnogo večja raziskovalna pozornost in tudi pozornost v praksi se posveča specifičnim bralno-napisovalnim učnim težavam kot specifičnim učnim težavam pri matematiki. Specifičnim učnim težavam pri matematiki je večja pozornost namenjena šele zadnjih 40 let, predvsem z razcvetom kognitivne znanosti.

Matematične učne težave so najpogostejše učne težave, zato jim je potrebno posvetiti vsaj toliko pozornosti kot bralno-napisovalnim težavam. Matematika ima v izobraževanju pomembno vlogo, saj jo imajo učenci vsa leta na urniku po 4 do 5 ur tedensko, vključena je tudi v nacionalno preverjanje znanja ob zaključku osnovnošolskega in tudi srednješolskega izobraževanja, zato so od matematičnih rezultatov pomembno odvisne nadaljnje izobraževalne in zaposlitvene možnosti učencev. Matematika je tudi najpogosteje negativno ocenjen predmet v osnovni šoli, saj je 30 % od vseh negativnih ocen prav negativnih ocen pri matematiki (večletni podatki Zavoda Republike Slovenije za statistiko).

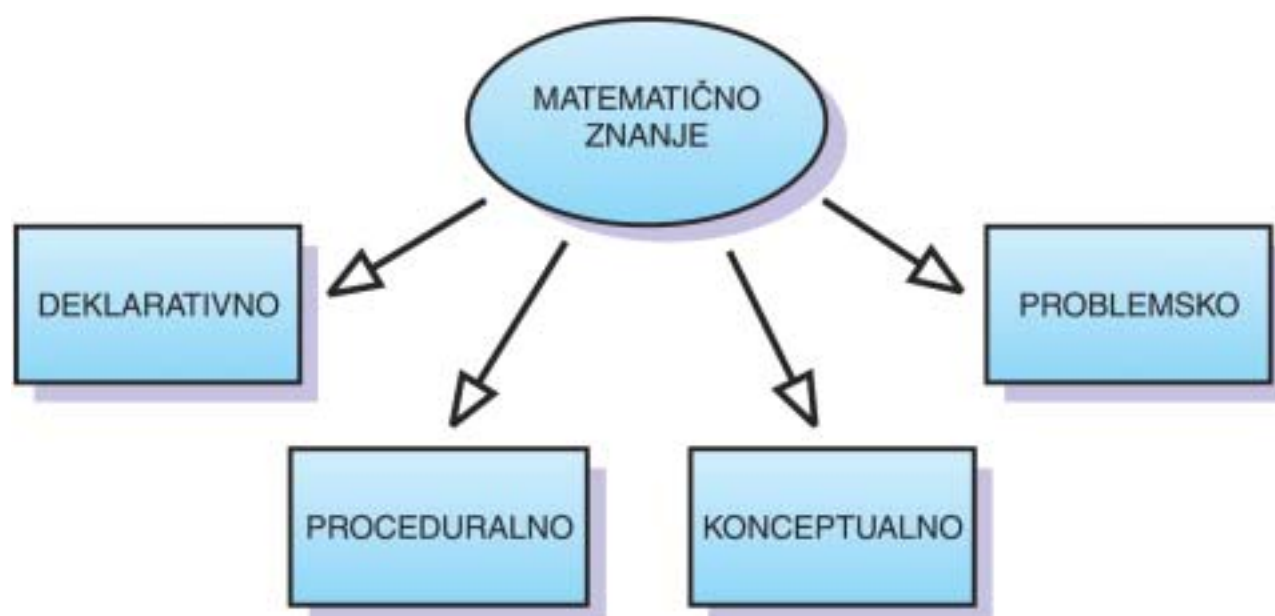
Učne težave pri matematiki so kompleksne, ker so povezane z različnimi matematičnimi področji, kot so aritmetika, geometrija, algebra, trigonometrija itd.

UČNE TEŽAVE PRI MATEMATIKI

Otroci z učnimi težavami so zelo heterogena skupina otrok z različnimi kognitivnimi, socialnimi, emocionalnimi in drugimi značilnostmi, ki imajo pri učenju pomembno večje težave kot večina otrok njihove starosti (Lerner, 1997).

Nižji izobraževalni dosežki pri matematiki so pogojeni s splošnimi ali specifičnimi učnimi težavami.

Učne težave pri matematiki se razprostirajo na kontinuumu od lažjih do zelo izrazitih (Garnett, 1998), od kratkotrajnih do vseživljenjskih, od tistih, ki so prisotne le na enem področju učenja matematike (npr. aritmetike), do tistih, ki povzročajo splošno matematično neuspešnost (npr. razvojna akalkulija). Vsak šolar ima občasno težave pri usvajanju določenih matematičnih znanj (npr.: ker ni dobro poslušal, je bil odsoten, ne razume določene matematične teme itd.). Učne težave pa imajo tisti šolarji, pri katerih opazamo **v primerjavi z vrstniki v matematičnem znanju in strategijah večje in dolgotrajnejše odstopanje od povprečja.**



Slika 1: Elementi matematičnega znanja (po Hodnik, 2006)

Iz slike 1 je razvidno, da je matematično znanje kompleksno, saj je sestavljeno iz deklarativnega, proceduralnega, konceptualnega in problemskega znanja. Učne težave bomo ustrezneje obravnavali, če bomo ugotovili, katerih elementov matematičnih znanj otrok ne obvlada. Otroci z učnimi težavami imajo lahko težave, povezane le z enim od prikazanih elementov matematičnih znanj ali pa z več elementi.

Vsako matematično znanje vključuje dve dimenziji:

- **kvantitativno dimenzijo matematičnega znanja**, ki opredeljuje količino matematičnega posameznikovega znanja (npr. malo strategij računanja) ter
- **kvalitativno dimenzijo matematičnega znanja**, ki pa opredeljuje uporabnost posameznikovega matematičnega znanja. Kvaliteta matematičnega znanja je odvisna od razumevanja, učnih navad, količine vaj itd. (Ostad, 2006).

Pri otrocih moramo biti pozorni na kakovost in količino znanja ter fleksibilno rabo obeh znanj. Otroci z učnimi težavami pri matematiki imajo lahko težave, povezane s kvantitativno in kvalitativno dimenzijo matematike (npr. otroci z izrazitimi splošnimi učnimi težavami in z diskalkulijo) ali pa le z eno dimenzijo (npr. otroci s specifičnimi aritmetičnimi učnimi težavami na kvantitativni dimenziji) (Adler, 2001).

Napačno je mišljenje o splošni učni neuspešnosti posameznika pri matematiki, saj nihče ni enako uspešen ali neuspešen na vseh področjih matematike. Vedno je potrebno dobro diagnostično oceniti specifično področje učenčevih matematičnih primanjkljajev in organizirati učinkovito pomoč.

Splošne učne težave

Splošne učne težave imajo otroci, ki imajo težave pri večini izobraževalnih predmetov in tudi pri matematiki. Odražajo se v nižjih matematičnih izobraževalnih dosežkih pri otrocih, ki:

- *počasneje usvajajo znanja* zaradi mejnih in podpoprečnih intelektualnih sposobnosti in imajo težave z usvajanjem pojmov, simbolov, veščin, reševanjem problemov, generalizacijo naučenih znanj in strategij itd.;
- *slabše obvladajo jezik*, v katerem se šolajo, zato imajo težave pri obvladovanju matematičnih terminov, težje sledijo verbalnim navodilom, slabše razumejo besedilne matematične probleme itd.;
- *izhajajo iz revnih družin* in imajo zaradi manj priložnosti pogosto skromnejše matematično predznanje (npr. strategijo štetja, sposobnost pozornega sledenja navodilom, slabše razvite grafomotorne sposobnosti itd.), težave z usvajanjem matematičnih terminov, deležni so manj spodbud in pomoči pri učenju doma itd.;
- *so manj zbrani* in niso dovolj usmerjeni na nalogo, ki jo rešujejo, zato spregledajo detajle (npr. računski znak), niso pozorni na navodila, netočno preberejo navodilo itd.
- *imajo čustvene težave pri učenju matematike ali psevdodiskalkulijo*, pri kateri strah in anksioznost zelo zmanjšata njihovo učinkovitost pri reševanju matematičnih problemov;
- *imajo slabše razvite metakognitivne sposobnosti*, zato so slabo organizirani ter slabše načrtujejo in kontrolirajo svoje delo (npr. ne delajo računskih preizkusov);
- *so slabše motivirani za učenje* itd.

Specifične učne težave

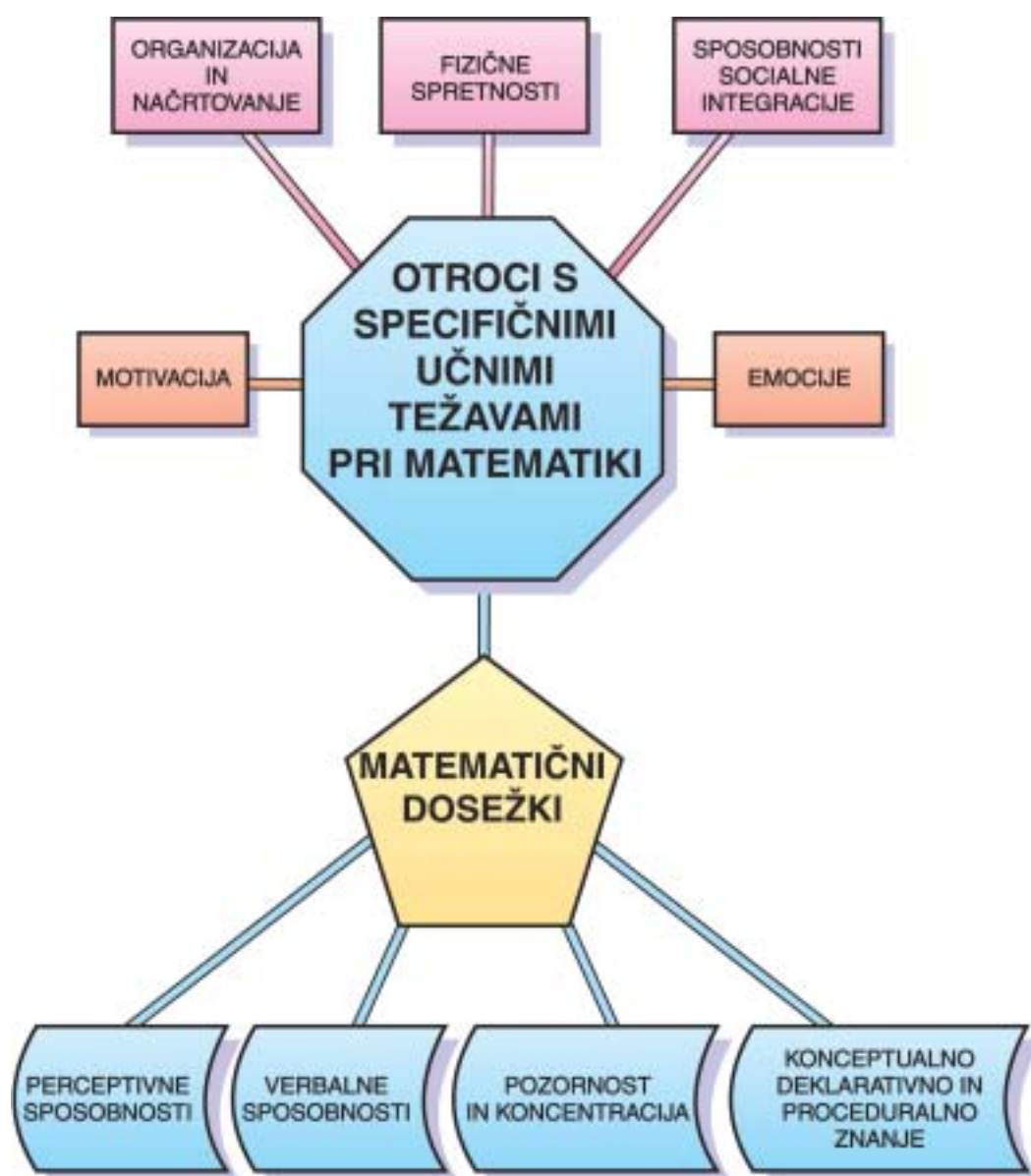
Specifične učne težave pri matematiki določajo trije dejavniki:

- *neskladje* med učenčevimi poprečnimi ali nadpoprečnimi intelektualnimi sposobnostmi in dobro splošno šolsko uspešnostjo ter izrazitimi težavami pri učenju matematike;
- *izrazitost* učnih težav pri matematiki, o kateri govorimo takrat, ko ima učenec za 2 standardna odklona nižje rezultate na matematičnih testih, kot jih dosega vrstniki ali dveletni zaostanek za vrstniki pri obvladovanju matematičnih znanj;
- *vztrajnost* učnih težav pri matematiki, ko ima učenec izrazite in dolgotrajne učne težave kljub vsem možnim prilagoditvam, ki jih izvaja učitelj v rednem procesu poučevanja in pomoči domačih (Desoete, Roeyers in De Clercq, 2004).

Izobraževalni dosežki otrok s specifičnimi učnimi težavami so pogosto neuskkljeni z njihovimi sposobnostmi in vloženim trudom.

Otroci, ki imajo specifične učne težave pri matematiki, imajo kompleksne vzgojno-izobraževalne potrebe na štirih področjih:

- *na področju organizacije*, zato imajo neurejene šolske potrebščine, učne pripomočke, slabo razporejajo zapis na listu, slabo ocenijo prioritete in načrtujejo porabo časa (npr. pri pisnem preverjanju, pri domačem učenju) itd.;
- *na področju fine motorike* imajo težave pri geometriji, pisanju (števil, računov, besedil), pri dejavnostih z drobnimi učnimi pripomočki itd.;
- *na področju socializacije* so slabše vključeni v socialno okolje, saj pogosto težje razumejo pravila, socialne relacije, neverbalne znake socialnih sporočil itd. in
- *na področju matematičnih izobraževalnih vsebin* v zvezi z deklarativnim, konceptualnim, proceduralnim in problemskim matematičnim znanjem. Velik vpliv na uspešnost pri matematiki imajo poleg tega še verbalne sposobnosti (zahtevna terminologija, specifičen matematični jezik, navodila itd.), pozornost in koncentracija, perceptivne sposobnosti, motivacija za učenje matematike itd. (Lewis in Doorlang, 1987).



Slika 2: Področja posebnih potreb otrok s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki

Zastopanost in definiranje specifičnih učnih težav pri matematiki

Podatki o zastopanosti specifičnih učnih težav pri matematiki v šolski populaciji so raznoliki, saj različni avtorji navajajo različne podatke, kar je pomembno odvisno od dela kontinuuma specifičnih učnih težav, ki ga upoštevajo. Priorjeva (1996) na osnovi podatkov številnih raziskav navaja 6 % učencev z izoliranimi specifičnimi učnimi težavami pri matematiki; kombiniranih učnih težav pa naj bi bilo še več (npr. bralno-matematične težave). Svetovna zdravstvena organizacija (ICD-10 1992) navaja le 3 % učencev, ki imajo izrazitejšo specifične učne težave pri matematiki. Shalev, Auerbach, Manor in Gross-Tsur (2000) na osnovi različnih populacijskih študij v različnih državah navajajo 3 do 6 % zastopanost razvojne diskalkulije v populaciji šolajočih otrok. Geary (2004) pa navaja 5 do 8 % otrok, ki imajo specifične učne težave pri matematiki, vendar imajo nekateri otroci poleg specifičnih učnih težav pri matematiki še motnjo pozornosti z nemirnostjo, bralno-napisovalne težave itd. Ostad (2006) navaja, da so nekatere svetovalne službe na Norveškem prepoznale do 10 % osem- in devetletnikov, ki so potrebovali prilagoditve v procesu poučevanja matematike.

Galeša, Novljan, Jelenc, Kavkler, (1999 po ICD-10, 1992; DSM-III-R, 1987; NJCLD-Torgesen, 1998; Wong, 1996) navajamo, da imajo specifične učne težave pri matematiki otroci, ki dosejajo pomembno nižje matematične dosežke kot vrstniki. Primanjkljaji, ki niso pogojeni z motnjo v duševnem razvoju, senzornimi okvarami in neustreznim šolanjem, se najpogosteje nanašajo na obvladovanje osnovnih aritmetičnih sposobnosti in spretnosti seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja, manj pa na bolj abstraktne matematične sposobnosti in spretnosti iz algebre, trigonometrije ter geometrije. Na matematične dosežke učencev s specifičnimi učnimi težavami vplivajo številni in raznoliki dejavniki, kot so: verbalne in perceptivne sposobnosti, pozornost in koncentracija, matematično konceptualno, deklarativno in proceduralno znanje, metakognitivne sposobnosti, anksioznost itd. Zelo malo podatkov pa je o povezanosti okolja s specifičnimi učnimi težavami.

Najbolj citirana definicija specifičnih učnih težav pri matematiki je definicija Svetovne zdravstvene organizacije (ICD-10, 1992, str. 248), ki navaja, da specifične učne težave pri matematiki vključujejo primanjkljaje aritmetičnih sposobnosti in spretnosti, ki niso pogojeni z motnjo v duševnem razvoju ali z neustreznim šolanjem. Primanjkljaj se nanaša na obvladovanje osnovnih računskih sposobnosti in spretnosti seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja, manj pa na bolj abstraktne matematične sposobnosti in spretnosti iz algebre, trigonometrije in geometrije.

Klasifikacija specifičnih učnih težav pri matematiki

Haskell (2000) je definirala osnovne termine, povezane z učnimi težavami pri matematiki, kot:

- *matematične težave*, ki predstavljajo splošen termin za slabše sposobnosti reševanja matematičnih problemov, težave na področju predstavljalnosti količin, težave priklica aritmetičnih dejstev iz dolgotrajnega spomina itd.;
- *specifične aritmetične učne težave* kot ožji termin, ki označuje le aritmetične težave, povezane z avtomatizacijo aritmetičnih dejstev in postopkov pri normalno inteligentnem otroku;
- *razvojno diskalkulijo* pa kot genetsko pogojen kognitivni primanjkljaj, zaradi katerega ima normalno inteligentni otrok izrazite težave že pri reševanju enostavnih aritmetičnih problemov, štetju, usvajanju pojma števila itd.

Geary (1994) specifične učne težave pri matematiki deli na diskalkulijo in specifične aritmetične težave.

Diskalkulija

Diskalkulija je zelo širok termin, ki vključuje vseživljenjske težave na področju matematike. O njej ni enotne slike. Vsak posameznik ima pri učenju matematike specifične značilnosti in težave. Najpogosteje imajo težave na področju jezikovnega procesiranja in/ali prostorsko orientacijskih sposobnosti. Različne so pojavne oblike matematičnih težav in posebne posameznikove potrebe (National center for learning disabilities 2006).

V preteklosti je bila diskalkulija diagnosticirana v medicini in je temeljila na biološkem modelu. Diskalkulija ni bolezen, ampak predstavlja posameznikovo specifično kognitivno funkcioniranje. Ločiti jo moramo od *akalkulije*, ki pomeni nesposobnost rabe matematičnih simbolov in je pogojena s hujšimi poškodbami možganov ter je precej redka (0,1 % v populaciji) (Adler, 2001).

Diskalkulija je prirojena ali pridobljena (npr. zaradi poškodbe glave). Razvojna diskalkulija je definirana kot specifična, prirojena učna težava pri matematiki pri osebah, ki so normalno inteligentne (Shalev, Auerbach, Manor in Gross-Tsur, 2000).

Pogosto citirana je definicija razvojne diskalkulije (DSM IV, 1994), ki navaja učni primanjkljaj pri matematiki takrat, ko so matematični dosežki otroka pomembno nižji, kot bi jih pričakovali glede na njegovo starost, inteligentnost in potek izobraževanja.

Znaki diskalkulije

Ko učitelj ugotovi, da ima otrok izrazitejšje težave pri učenju matematike, mora narediti prvo oceno stanja. Pozoren mora biti na celoten niz težav, ki jih ugotovi na različne načine, z različnimi merskimi pripomočki, ne le z nalogami papir – svinčnik. **Potrebno je ugotoviti posameznikova močna področja in njegove primanjkljaje.** Otrok potrebuje pomoč, če ima težave na katerem od sledečih področij:

- uspešen je pri ustnem izražanju, branju, pisanju, a ima velike težave na področju štetja, računanja, reševanja aritmetičnih problemov;
- dober spomin ima za besede, a slab za števila (branje, priklic oblike številke itd.);
- težave s časovno orientacijo (zamuja, ima težave pri oceni časa, potrebnega za reševanje naloge, pomnjenju datumov itd.);
- težave pri orientaciji, spremembi rutine (poti, razreda, načina dela, pravil ...);
- slabši dolgotrajni spomin, ko npr. neki dan snov zna, a jo hitro pozabi;
- obvladovanje osnovnih matematičnih znanj, kot je štetje, seštevanje, množenje, deljenje in odštevanje;
- sposobnost ocenjevanja simbolno predstavljenih količin;
- obvladovanje pojma aritmetičnih operacij, ko otrok ne ve, kdaj mora uporabiti katero operacijo;
- sposobnost organizacije predmetov, s katerimi ponazarja neki aritmetični problem v ustreznem zaporedju;
- sposobnost merjenja časa, denarja, dolžin itd.;
- sposobnost preverjanja pravilnosti rešitve in iskanja različnih strategij za reševanje matematičnega problema;
- težave pri usvajanju strategij za igre, kot so npr.: šah, video igrice, igre s kartami, človek ne jezi se, spomin itd.

V različnih obdobjih opazamo različne znake diskalkulije:

- *V zgodnjem otroštvu* imajo otroci z diskalkulijo težave z razvrščanjem predmetov po barvi, obliki, velikosti itd., ugotavljanjem vzorcev, usvajanjem pojmov večji – manjši, daljši – krajši, s štetjem, s primerjanjem količin, z učenjem pojma števil, povezovanjem količine s simbolom (4 rože ne povežejo s simbolom 4), slabšim pomnjenjem števil itd.
- *V obdobju šolanja v osnovni šoli* imajo otroci težave na področju:
 - *jezikovnega procesiranja*, ki se odražajo v slabšem reševanju vseh štirih osnovnih računskih operacij (seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje števil), slabšem obvladovanju matematičnega besednjaka, težavah priklica aritmetičnih dejstev (npr. poštevanke) in aritmetičnih postopkov, težavah pri merjenju, reševanju besednih problemov itd.,
 - *prostorske orientacije*, ko otrok razume matematična dejstva, a ima težave pri zapisu in organizaciji le-teh. Težave imajo tudi s prepisovanjem s table, z rabo učbenikov itd.
- *V obdobju mladostništva in odraslosti* so še vedno prisotne težave slabše avtomatizacije dejstev in postopkov, težave, povezane z matematičnim besednjakom itd., kar vse vpliva na razumevanje življenjskih problemov, rabo matematičnega znanja v različnih situacijah, težave z oceno vrednosti nakupa, težave pri ravnanju in načrtovanju porabe denarja v gospodinjstvu, težave pri obvladovanju časovnih pojmov, zato pogosto zamujajo itd. (National center for learning disabilities, 2006).

Za diskalkulijo so torej značilni izraziti in vseživljenjski primanjkljaji že na področju osnovnih znanj in veščin matematike, ki se kažejo v slabšem obvladovanju:

- *matematičnih pojmov* (konkretno obvladovanje pojmov števil, operacij, ulomkov itd.),
- *veščin štetja*, predvsem štetja nazaj, v zaporedju in fleksibilnega štetja,
- *proceduralnih znanj* (obvladovanje postopkov računskih operacij, postopkov pri reševanju problemov itd.),
- *priklica dejstev* (aritmetičnih dejstev, matematičnih terminov, aritmetičnih znakov in drugih simbolov),
- *reševanja besednih problemov*, ki je oteženo zaradi slabšega razumevanja problemov in/ali obvladovanja postopkov reševanja ter priklica dejstev,
- *geometrijskih pojmov* (premica, lik, ploščina, volumen, premica itd.),
- *mer* (predstavljanje merskih enot, pretvarjanje, uporaba v praksi) itd.

Ker matematika terja miselne dejavnosti s števili, miselnimi predstavami in jezikom (pisnim in ustnim), imajo otroci z diskalkulijo, zaradi specifičnih primanjkljajev, težave s predelovanjem matematičnih informacij, s pomnjenjem in priklicem informacij (npr. dejstev in postopkov), z razumevanjem navodil itd. **Ti otroci morajo integrirati konkretne materialne dejavnosti z opisovanjem le-teh, da so sposobni računati.** Pri njih je pogosto vse življenje prisotno računanje z oporami, najpogosteje s prsti.

Specifične učne težave pri aritmetiki

Specifične učne težave pri aritmetiki, ki so pogostejše kot diskalkulija, se pretežno odražajo v slabi avtomatizaciji aritmetičnih dejstev in postopkov. Težave lahko nastanejo na kateri koli stopnji informacijskega procesa:

- *pri sprejemu informacij*, ki je lahko otežen zaradi slabših perceptivnih sposobnosti (npr. točnosti zaznavanja slušno, vidno ali drugače podanih informacij – števil, znakov, besed itd., slabše diskriminacije oz. razlikovanja podobno slišanih ali oblikovanih števil, pozornosti do npr. računskega znaka itd.,

- *predelavi informacij* (računanje, ki terja kratkotrajno pomnjenje informacij oz. števil in znaka v računu, povezavo računskega znaka z operacijo, priklic in izvedbo računskega postopka s priklicanimi aritmetičnimi dejstvi) ali
- *predstavitvi rezultata* (pisno, verbalno ali grafično podan rezultat).

Zavedati se moramo, da otroci s specifičnimi učnimi težavami pri aritmetiki zaradi specifičnih primanjkljajev na področju avtomatizacije aritmetičnih dejstev in postopkov **ne obvladajo nižjih ravni znanja** (npr. seštevanja in odštevanja do 20, poštevanke, postopka pisnega množenja itd.), **spodobni pa so razumeti številne zahtevnejše matematične problemske naloge**. Ker pa se zmotijo pri računanju, je rešitev napačna.

Specifične aritmetične učne težave so pogojene s/z:

- **slabšim semantičnim spominom**, ki vpliva na *priklic aritmetičnih dejstev* (npr. $3 \times 4 =$, $5 - 3 =$). Priklic aritmetičnih dejstev iz baze podatkov je otežen, ker ni vzpostavljena dovolj trdna povezava med računom in rezultatom, kar otežuje shranjevanje aritmetičnih dejstev v dolgotrajni spomin. Učenec za rešitev že enostavnega aritmetičnega problema, kot je npr. $5 + 6 =$ uporablja manj točne in bolj zamudne strategije štetja, npr. prstov;
- **proceduralnimi težavami**, ki se kažejo v *slabšem obvladovanju postopkov*, tako pri izvrševanju korakov v aritmetičnih operacijah (npr. $23 - 7 = 23 - 3 - 4 =$) kot pri reševanju besednih in drugih problemov. V matematiki je veliko postopkov, ki jih avtomatiziramo, da smo hitri in točni (npr. postopek pisnega deljenja); če teh postopkov ne avtomatiziramo, smo počasni in manj točni;
- **vizualno-specialnimi težavami**, ki vplivajo na reševanje številnih matematičnih nalog tudi pri aritmetiki in ne le pri geometriji. Učenec s temi primanjkljaji ima težave npr. z orientacijo na številski črti, pri postavljanju decimalne vejice v številu, pri reševanju kompleksnih problemov, z orientacijo v prostoru, času itd.

S pomočjo petih kriterijev za opredelitev primanjkljajev na posameznih področjih učenja (Magajna in Kavkler, 2002) pa izrazite specifične učne težave pri matematiki opredeljujemo z/s:

- *neskladjem* med strokovno določenimi in utemeljenimi pokazatelji globalnih intelektualnih sposobnosti in dejansko uspešnostjo na področju učenja matematike;
- *obsežnimi, izrazitimi matematičnimi težavami*, ki kljub trudu onemogočajo ustrezno napredovanje otroka pri učenju matematike;
- *slabšo učinkovitostjo učenja matematike* zaradi pomanjkljivih in/ali motenih kognitivnih in metakognitivnih strategij (strategije štetja, računanja, samokontrole itd.) in motenega tempa učenja (npr. zaradi počasnega preštevanja prstov);
- *motenostjo enega ali več psiholoških procesov* (kot so pozornost, spomin, jezikovno procesiranje, socialna kognicija, percepcija, koordinacija itd.); in
- *izključenostjo* senzornih okvar, motenj v duševnem razvoju, čustvenih motenj, kulturne različnosti in neustreznega poučevanja kot glavnih povzročiteljev primanjkljajev pri učenju matematike.

ELEMENTI MATEMATIČNEGA ZNANJA

Kompleksnost specifičnih učnih težav bo predstavljena s primanjkljaji, ki povzročajo učne težave, povezane s posameznimi elementi matematičnega znanja. Zbrane informacije predstavljajo osnovo za bolj sistematično in celostno diagnostično oceno učnih težav pri matematiki, ki omogoča tudi učinkovitejšo obravnavo.

Aritmetična znanja in strategije

Ker je obvladovanje osnovnih elementov zgodnje matematične kompetentnosti odločilnega pomena za kasnejšo uspešnost pri obvladovanju kompleksnejših aritmetičnih problemov (Kavkler, Tancig in Magajna, 2004), bo v prispevku večja pozornost namenjena aritmetičnim znanjem in strategijam. Za uspešno obvladovanje aritmetike je potrebno otroku v prvih letih šolanja razviti osnovne predpogoje (npr.: sposobnost pozornega poslušanja, primerjanja količin, ugotavljanja velikostnih odnosov itd.), razumevanje pojma števila, obvladovanje različnih vrst štetja, razvoj potrebnega matematičnega pojmovnega in proceduralnega znanja itd.

Ocenjevanje osnovnih aritmetičnih znanj in strategij

Izrazite težave s priklicem aritmetičnih dejstev in postopkov so dober kriterij za diagnostično oceno aritmetičnih specifičnih učnih težav. Pri ocenjevanju aritmetičnih znanj in strategij moramo biti pozorni na različne aspekte. Ocenjevanje poteka po petih korakih:

1. korak: Vprašamo se, *ali so prisotne specifične aritmetične učne težave*.
Odgovor je pritrdilen, če je prisotno neskladje med otrokovimi intelektualnimi sposobnostmi in njegovo aritmetično učinkovitostjo ter so težave izrazite in vztrajajo dalj časa.
2. korak: Če je prvi odgovor pritrdilen, moramo ugotoviti, *ali so prisotne specifične aritmetične učne težave ali splošne učne težave pri matematiki zaradi nespecifičnih vzrokov, kot npr. bralnih težav, emocionalnih ali motivacijskih težav itd.*
3. korak: Če ugotovimo, da ima otrok specifične aritmetične učne težave, moramo ugotoviti, *ali so aritmetične učne težave povezane le z računanjem ali tudi z reševanjem aritmetičnih besednih problemov.*
4. korak: Če ima učenec težave pri računanju, moramo ugotoviti, *katere vrste od sledečih znanj mu delajo težave*:
 - matematično pojmovno znanje (obvladovanje pojma števila, štetja, mestne vrednosti, posamezne operacije itd.),
 - točnost pri izvajanju pisnega računanja (podpisovanje, izpuščanje korakov postopka itd.) in/ali
 - hitrost reševanja aritmetičnih problemov (npr. zaradi slabše avtomatizacije dejstev in postopkov otrok počasi rešuje aritmetične probleme).
5. korak: Ugotovimo, *kateri specifični dejavnik računanja najbolj vpliva na uspešnost pri računanju*:
 - **numerično znanje**, ki vključuje:
 - primerjanje števil po velikosti,
 - transformacijo besed v številke simbole,

- urejanje števil po velikosti,
- količinske odnose,
- zapis števil po nareku itd.
- **točnost izvajanja postopkov pisnih računskih operacij** (navesti, pri kateri operaciji in kakšne vrste so težave, npr. podpisovanje, štetje desetic, pozabljanje korakov v postopku itd.)
- **hitrost izvajanja aritmetične operacije in stopnja avtomatizacije aritmetičnih dejstev**
 - hitrost ustnega računanja,
 - hitrost pisnega računanja,
 - točnost pri izvedbi postopka ustnega ali pisnega računanja,
 - točnost priklica aritmetičnih dejstev itd.

Aritmetične strategije

V slovenskem šolskem prostoru so šolski strokovni delavci bolj pozorni na ocenjevanje aritmetičnih znanj kot na ocenjevanje strategij, ki jih otrok uporablja pri reševanju aritmetičnega problema. Za učiteljevo praktično opazovanje in ocenjevanje otrokovih strategij je najbolj primerna delitev strategij (Kavkler, 1996) na materialne in verbalne strategije ter miselno računanje.

- **Materialne strategije** pri reševanju aritmetičnih problemov terjajo neko materialno oporo (npr. prste, kroglice, računalno, številski trak). Te strategije so značilne za mlajše otroke, a tudi mladostnike in nekatere odrasle osebe (npr. z nižjimi intelektualnimi sposobnostmi ali s hujšimi specifičnimi učnimi težavami pri matematiki), ki nikoli ne dosežejo bolj razvitih aritmetičnih strategij. Materialne strategije omogočajo pravi izračun osnovnih aritmetičnih problemov v manjšem številskem obsegu, a terjajo mnogo več časa kot druge strategije računanja.
- **Verbalne strategije** reševanja aritmetičnih problemov vključujejo verbalno oporo (npr. štetje pri seštevanju, ponavljanje večkratnikov pri množenju itd.). Učinkovitost in točnost verbalnih strategij sta odvisni od sposobnosti štetja, pomnjenja, pozornosti itd. Sled štetja pri uporabi verbalnih strategij je manj močna kot pri uporabi materialne opore, zato otrok s slabšo pozornostjo ali s slabše razvitim kratkotrajnim pomnjenjem hitro pozabi npr., katero število je že imenoval ali do katerega števila mora šteti.
- **Miselno računanje** terja priklic aritmetičnih dejstev iz dolgotrajnega spomina. Ta strategija omogoča otroku najhitrejšo in najučinkovitejšo reševanje osnovnih aritmetičnih problemov. Otroci, ki so uspešni pri računanju, že v prvem razredu prikličejo veliko aritmetičnih dejstev iz baze podatkov. Avtomatičen priklic ne zahteva veliko zavestne pozornosti, ne obremenjuje delovnega spomina, zato je možno več pozornosti posvetiti zahtevnejšim miselnim procesom.

Ostad (2006) poudarja pomen analize *individualnih razlik v uporabi strategij* v otrokovem procesu reševanja aritmetičnih problemov za razumevanje otrokovega računanja. Različne ugotovitve, ki temeljijo predvsem na podatkih, pridobljenih s časovnimi omejitvami, podpirajo trditev, da se *posameznikove strategije spreminjajo glede na starost in sposobnosti*, prav tako pa bo posameznik ob različnih priložnostih uporabljal različne strategije. Razvojne študije o otrocih brez težav pri matematiki so odkrile, da normalen potek razvoja strategij v času osnovnošolskega izobraževanja kaže očiten napredek od nezrelih, neučinkovitih strategij, preko verbalnega štetja h končnemu priklicu aritmetičnih dejstev. Za otroke z učnimi težavami pri matematiki je v primerjavi z njihovimi vrstniki značilna dolgotrajnejša uporaba razvojno manj zrelih strategij reševanja aritmetičnih problemov. To pomeni, da ti otroci pogosto uporabljajo strategije, ki jih uporabljajo mlajši otroci, ki pri matematiki nimajo težav.

Iz rezultatov Ostadove (2006) študije preučevanja aritmetičnih strategij je tudi razvidno, da se je pri otrocih brez težav pri matematiki povečevala raba strategije priklica z napredovanjem v višje razrede, pri vrstnikih s težavami pri učenju matematike pa mnogo manj. Pri otrocih brez učnih težav imajo v prvem razredu podporne (npr. preštevanje prstov, ponavljanje večkratnikov itd.) strategije dominantno vlogo pri reševanju problemov (blizu 100 %), z leti šolanja pa se raba teh strategij zmanjšuje. Otroci s težavami pri matematiki so reševali naloge skoraj izključno s pomočjo podpornih strategij. To ne velja le za prvi razred (blizu 100 %), ampak so tudi ob koncu 7. razreda številni med njimi še vedno reševali večino nalog s pomočjo podpornih strategij. Za otroke z učnimi težavami je v celotnem obdobju osnovnega šolanja značilna ne samo *redka uporaba strategij priklica*, pač pa tudi uporaba najbolj enostavnih podpornih strategij.

Ko so primerjali posamezno uporabo strategij otrok v šestih letih v razponu dveh let, so rezultati pokazali, da so otroci brez težav pri matematiki, ki so pred dvema letoma že uporabljali več strategij za reševanje problemov, še naprej uporabljali več različic strategij. Otroci z učnimi težavami pri matematiki pa niso v tolikšni meri spreminjali uporabe strategij kot otroci brez težav pri matematiki. Glede na rezultate študije dve tretjini otrok s težavami pri matematiki rešuje npr. naloge seštevanja z uporabo natančno enakih različic strategij kot pred dvema letoma. Konsistentna uporaba podpornih strategij pri otrocih s težavami pri matematiki je lahko odraz tako težav s priklicem aritmetičnih dejstev kot težav z delovnim spominom (Geary, 1994; Goldman in sod., 1988).

Ostad (2006) na osnovi longitudinalne študije povzema, da je za otroke s težavami pri matematiki značilna:

- pretežna uporaba podpornih strategij (npr. štetje prstov, pripomočkov),
- uporaba najosnovnejših podpornih strategij (npr. preštevanje vsega),
- majhna stopnja variiranja uporabljenih strategij (nagibajo k rabi vedno istih strategij) in
- omejena stopnja sprememb rabe različnih vrst strategij v celotnem osnovnošolskem obdobju.

Za otroke brez težav pri učenju matematike je značilno *bogato strateško znanje*, otroci s težavami pri matematiki pa imajo *primanjkljaj strategij*. Pomanjkljivo strateško znanje, specifično za določeno področje, samo po sebi omejuje izbire, ki so otroku na voljo. Količina faktografskega znanja, ki ga ima otrok o različnih strategijah, ter kako in kje ga uporablja, se lahko odraža v načinu reševanja problemov. Kvantiteta strateškega znanja, specifičnega za določeno področje, je zagotovo ključni dejavnik normalnega razvoja. Poleg tega pa otroci brez težav pri matematiki strategije uporabljajo *bolj fleksibilno*, za otroke z učnimi težavami pa je značilna *rigidnost pri rabi strategij*. Strategije, pridobljene brez obvladovanja njihove pojmovne osnove, so tudi mnogo bolj dovzetne za napake in se ne prenašajo zlahka na nove probleme. To pomeni, da otrok najpogosteje rešuje tudi enostavne aritmetične probleme na rigidni način s pomočjo štetja.

Slovenski raziskovalni rezultati s področja aritmetičnih znanj in strategij

Podobne ugotovitve kot pri Ostadu (2006) najdemo tudi v raziskavi Kavklerjeve, Tancigove in Magajnovne (2004). V raziskavi smo ocenjevale obvladovanje aritmetičnih znanj in strategij pri 193 prvošolcih devetletne osnovne šole, starih 6.3 leta pri prvem merjenju in 6.9 let pri drugem merjenju. Za individualno ocenjevanje strategij računanja sta bila izbrana iz vsakega razreda po dva učenca, ki sta bila uspešna pri matematiki in dva z učnimi težavami pri matematiki (20 učencev, ki so bili uspešni, in 20 učencev s težavami).

Ocena količine aritmetičnih znanj

Tabela 1. Rezultati prvega in drugega merjenja aritmetičnih znanj pri učencih, ki so uspešni pri matematiki

Zaporedje merjenja	Srednja vrednost	SD	Maximum	Minimum	95 % interval (nizki)	95 % interval (visoki)
1. merjenje	5.3	3.98	12.0	0.0	4.7	5.8
2. merjenje	11.1	1.7	12.0	0.0	10.8	11.3

Rezultati v tabeli 1 kažejo, da so učenci, ki so jih učiteljice ocenile kot uspešne pri matematiki, že na začetku leta pravilno rešili precej simbolno predstavljenih računov seštevanja in odštevanja v obsegu do 10, kar je presenetilo tudi nekatere učiteljice. Do konca šolskega leta pa so močno napredovali. Številni učenci, ki so bili ocenjeni kot uspešni pri učenju matematike, že pred formalnim učenjem obvladajo računanje s simboli; uspešnejši so pri seštevanju. Razlike med obema preizkusoma so statistično pomembne.

Tabela 2. Rezultati prvega in drugega merjenja aritmetičnih znanj pri učencih, ki so neuspešni pri matematiki

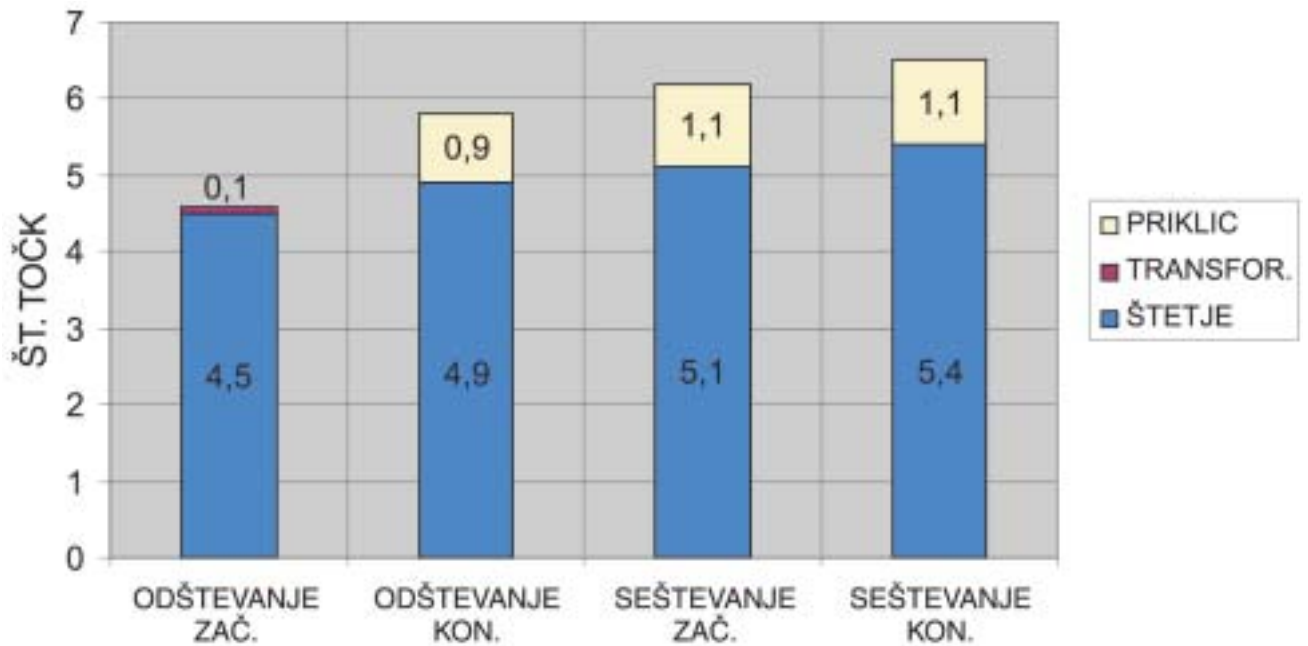
Zaporedje merjenja	Srednja vrednost	SD	Maximum	Minimum	95 % interval (nizki)	95 % interval (visoki)
1. merjenje	1.2	1.42	12.0	0.0	0.5	1.9
2. merjenje	6.6	3.50	12.0	0.0	4.8	8.4

Učenci, ki so jih učiteljice ocenile kot manj uspešne pri matematiki (tabela 2), so na začetku rešili le posamezne simbolno predstavljene račune seštevanja in odštevanja. Razlike med obema preizkusoma so statistično pomembne. Le redki posamezniki so imeli na začetku šolanja neformalno pridobljeno znanje reševanja simbolno predstavljenih problemov seštevanja in odštevanja. S formalnim poučevanjem pa so pomembno izboljšali svoje rezultate, vendar pa je razlika v poprečnem napredovanju v številu točk med skupino otrok z učnimi težavami, in otroki, ki so uspešni pri matematiki, še vedno precejšnja.

Iz rezultatov skupinskih preizkušenj obvladovanja aritmetičnih znanj, ki je bilo ocenjeno z listo računov za ocenjevanje aritmetičnega znanja (1. in 2. tabela), je razvidno, da so vsi učenci napredovali pri pridobivanju aritmetičnega znanja v času formalnega izobraževanja. Pomembna razlika pa je tako v predznanju, ki ga imajo učenci obeh skupin, kot v končnih dosežkih.

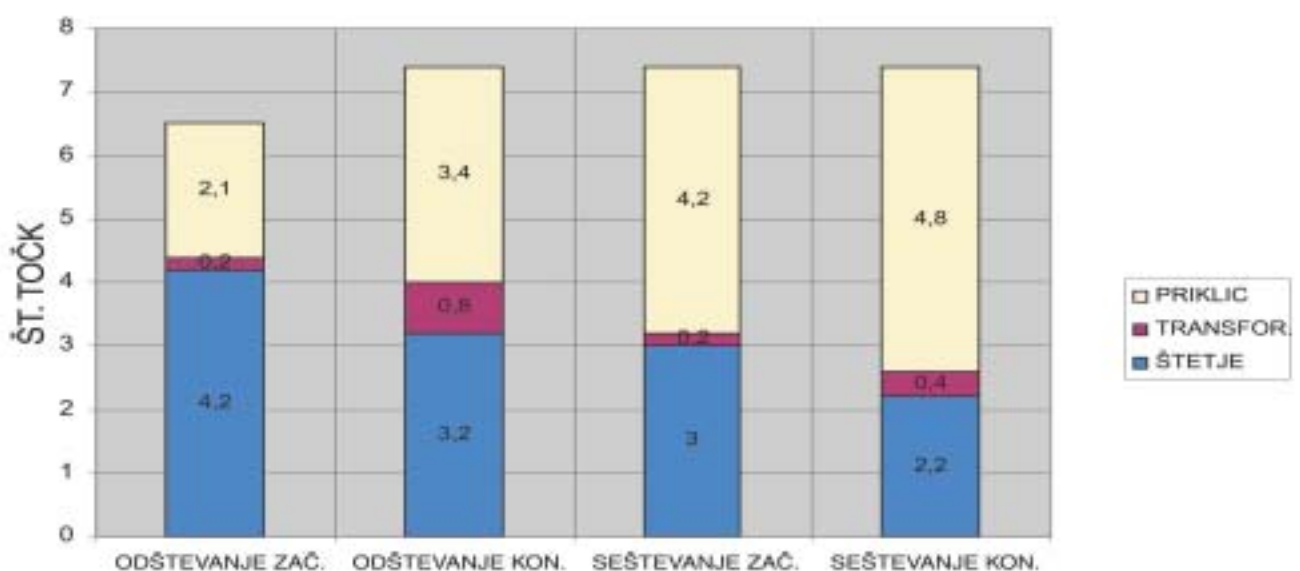
Ocena aritmetičnih strategij

Rezultati individualnih preizkušenj so bili dobljeni na vzorcu 40 učencev, izbranih glede na učiteljevo oceno uspešnosti pri matematiki (2 uspešna in 2 učenca z učnimi težavami iz vsakega razreda). Učenci so izbirali med strategijami štetja učnih pripomočkov ali verbalnega štetja, transformacijskimi strategijami in priklicem aritmetičnega dejstva iz dolgotrajnega spomina.



Graf 1: Primerjava začetne in končne ocene aritmetične strategije pri učencih, ki imajo učne težave pri matematiki.

Iz grafa 1 je razvidno, da so učenci z učnimi težavami pomembno napredovali v doseženem številu točk pri obeh aritmetičnih operacijah, manjši napredek pa je opazen pri rabi razvojno zrelejših strategij, npr. prikljicu dejstev. Aritmetične probleme tudi na koncu leta pretežno rešujejo s pomočjo strategije štetja. Na osnovi podatkov lahko zaključimo, da **učenci z učnimi težavami potrebujejo več časa za razvoj strategij miselnega računanja** kot vrstniki. Potrebno jim je omogočiti dejavnosti z učnimi pripomočki in take učne situacije, ki spodbujajo prehod na bolj razvite strategije računanja ter več časa za reševanje aritmetičnih problemov.



Graf 2: Primerjava začetne in končne ocene aritmetične strategije pri učencih, ki so uspešni pri matematiki.

Učenci, ki so uspešni pri matematiki (Graf 2), so že pri prvem merjenju priklicali številna aritmetična dejstva pri seštevanju in odštevanju, pri drugem merjenju pa se je raba strategije priklica dejstev še povečala; malo je transformacijskih strategij. Pogosteje so pri začetnem in končnem merjenju priklicali aritmetična dejstva pri seštevanju. Bolj pa se je s formalnim izobraževanjem izboljšal priklic aritmetičnih dejstev pri odštevanju.

Iz grafično predstavljenih podatkov v 1. in 2. grafu lahko povzamemo, da so vsi učenci ob vstopu v šolo že obvladali nekaj aritmetičnih znanj in strategij reševanja aritmetičnih problemov. Pri vseh je opazen napredek v procesu izobraževanja. Pri učencih, ki imajo višje matematične dosežke, je razvoj strategij bolj opazen, saj pogosteje prikličejo aritmetična dejstva. Vsi učenci pri seštevanju uporabljajo bolj razvite strategije kot pri odštevanju. Precejšnje razlike med skupinama so prisotne v strategijah, ki so jih uporabljali pri začetnem ocenjevanju v primerjavi s končnim ocenjevanjem strategij.

Na osnovi rezultatov slovenske raziskave lahko zaključimo, da so med prvošolci, ki so uspešni pri učenju matematike, in tistimi, ki imajo učne težave, pomembne razlike v količini aritmetičnega predznanja, v aritmetičnem znanju, ki ga formalno pridobijo v prvem razredu, prisotne pa so tudi razlike v fleksibilnosti in hitrosti rabe aritmetičnih znanj. V primerjavi z rezultati raziskav Ostada (2006) so tudi pri slovenski populaciji osnovnošolcev prisotne pomembne razlike v rabi strategij med skupinama učencev in razlike v razvoju strategij med začetnim in končnim ocenjevanjem. Slovenski otroci z učnimi težavami v 1. razredu uporabljajo pretežno, ne pa vedno, podpore strategije, obvladajo manj strategij in le-te tudi manj fleksibilno uporabljajo.

Ker imajo otroci veliko izkušenj z raznovrstnimi številskimi problemi že pred vstopom v šolo, poučevanje ne bi smelo biti ločeno od realnega sveta, temveč vezano nanj tako, da bi otroci uporabljali svoje predhodno pridobljeno znanje in izkušnje, kar omogočajo tudi metode realistične matematike. Otrokom je potrebno ponuditi različne opore, da jim matematične probleme približamo in jim omogočimo lažji prehod k abstraktni ponazoritvi aritmetičnih simbolnih problemov. Ker kognitivne komponente (priklic dejstev, štetje, pojmovno znanje), ki so v osnovi matematične zmožnosti, niso odvisne le od funkcioniranja nevrokognitivnih sistemov, temveč so tudi močno občutljive na vplive dejavnikov poučevanja in okoljskih dejavnikov, je vsem prvošolcem potrebno pripraviti tako učno okolje, ki jim omogoča optimalni razvoj aritmetičnih znanj in strategij. To velja tako za učence različnih razredov kot tudi za različne nivoje matematične zmožnosti vključno z otroki, ki imajo učne težave.

Pojmovno in strateško znanje štetja

Otroci s specifičnimi učnimi težavami pri aritmetiki (Kavkler, Tancig in Magajna, 2004, Ostad, 2006), otroci z disleksijo in tudi otroci z nižjimi intelektualnimi sposobnostmi pogosteje in dalj časa kot vrstniki uporabljajo strategije štetja pri reševanju osnovnih aritmetičnih problemov. Otroci z disleksijo in specifičnimi učnimi težavami pri aritmetiki *imajo slabši delovni spomin in težave z obvladovanjem zaporedij*, zato imajo tudi težave s štetjem. Nekateri nikoli ne razvijejo učinkovitih strategij pomnjenja aritmetičnih dejstev in postopkov, ki bi jim omogočali miselno računanje, zato si vse življenje pomagajo pri računanju z manj razvitimi strategijami štetja. Uporabljajo manj razvite strategije štetja in pri izvajanju postopka štetja delajo več napak. Težave v razvoju štetja so pogosto pogojene s težavami ohranjanja informacij v delovnem spominu in z dokaj togo konceptualizacijo štetja (otrok npr. pozabi, do katerega števila mora šteti, pozabi model štetja, zato nekaj časa šteje nazaj, potem pa naprej itd.).

Zaradi zgoraj navedenih ugotovitev smo Tancig, Kavkler in Magajna (2004) v drugem delu že navedene raziskave ugotavljale še razlike v razvoju posameznih vrst štetja in strategij štetja pri učencih, ki so uspešni, in tistih, ki so neuspešni pri učenju matematike. V vzorec smo za individualno ocenjevanje točnosti štetja in strategij štetja izbrale iz vsakega razreda po dva učenca, ki sta bila uspešna pri matematiki in dva z učnimi težavami pri matematiki (20 uspešnih in 20 učencev s težavami).

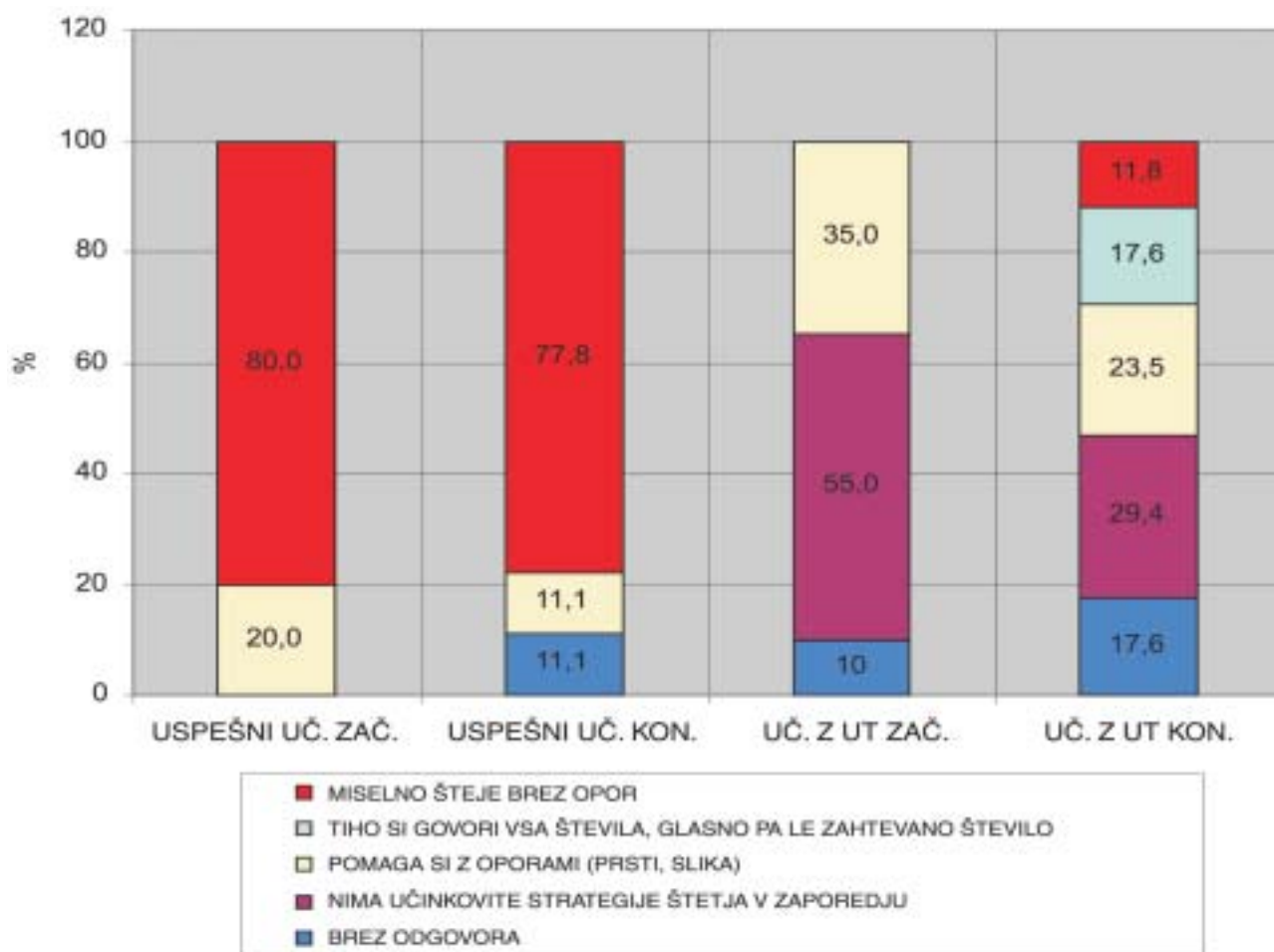
V raziskavi smo preverjale obvladovanje preštevanja predmetov, štetja nazaj in v zaporedju ter fleksibilnega štetja in strategije vseh teh oblik štetja na začetku in ob koncu šolskega leta.

Tabela 3. Pravilnost posameznih vrst štetja, izražena v odstotkih pri 40 učencih vzorca pri obeh merjenjih

Vrsta štetja in zaporedje merjenja	Točnost štetja, izražena v % Uspešni pri MA (N=20)	Točnost štetja, izražena v % Neuspešni pri MA (N=20)
Preštevanje predmetov 1. merjenje	brez rešitve: 0 točno: 95 netočno: 5 skupaj: 100	brez rešitve: 10 točno: 75 netočno: 15 skupaj: 100
Preštevanje predmetov 2. merjenje	brez rešitve: 10 točno: 90 netočno: 0 skupaj: 100	brez rešitve: 10 točno: 65 netočno: 25 skupaj: 100
Štetje nazaj 1. merjenje	brez rešitve: 0 točno: 95 netočno: 5 skupaj: 100	brez rešitve: 5 točno: 40 netočno: 55 skupaj: 100
Štetje nazaj 2. merjenje	brez rešitve: 10 točno: 90 netočno: 0 skupaj: 100	brez rešitve: 10 točno: 60 netočno: 30 skupaj: 100
Štetje v zaporedju 1. merjenje	brez rešitve: 0 točno: 100 netočno: 0 skupaj: 100	brez rešitve: 0 točno: 10 netočno: 90 skupaj: 100
Štetje v zaporedju 2. merjenje	brez rešitve: 10 točno: 90 netočno: 0 skupaj: 100	brez rešitve: 10 točno: 50 netočno: 40 skupaj: 100
Fleksibilno štetje 1. merjenje	brez rešitve: 0 točno: 90 netočno: 10 skupaj: 100	brez rešitve: 0 točno: 35 netočno: 65 skupaj: 100
Fleksibilno štetje 2. merjenje	brez rešitve: 15 točno: 85 netočno: 0 skupaj: 100	brez rešitve: 10 točno: 60 netočno: 30 skupaj: 100

Iz rezultatov v tabeli 3 je razvidno, da so učenci, ki so uspešni pri matematiki, točneje šteli, so pa pri drugem merjenju vedno nekoliko poslabšali rezultate. Učenci imajo pogosto pri prehodu na razvojno zahtevnejšo strategijo nekaj težav in naredijo več napak. Ker strategija še ni dovolj avtomatizirana, so bolj usmerjeni v postopek štetja. Učenci potrebujejo čas za avtomatizacijo.

Razvoj strategij štetja je ilustriran z razvojem štetja v zaporedju



Graf 3: Prikaz začetnega in končnega ocenjevanja strategij štetja v zaporedju za obe skupini

Iz grafičnega prikaza rezultatov (Graf 3) je razvidno, da je večina učencev, ki so uspešni pri matematiki, uporabljala pri obeh merjenjih že najbolj razvito strategijo štetja brez opor. 65 % učencev z učnimi težavami pri začetnem merjenju ni rešilo problema ali pa uporabljena strategija ni bila učinkovita. Do konca leta so tudi učenci z učnimi težavami povečali število učinkovitih strategij štetja v zaporedju oz. sekvencah (3, 6, 9 ...), vendar so še vedno uporabljali mnogo manj učinkovite strategije kot vrstniki brez težav pri učenju matematike.

Na osnovi individualnih preizkušenj ocenjevanja obvladovanja štetja in strategij štetja je razvidno, da so med prvošolci devetletne osnovne šole pomembne razlike v predznanju štetja, razlike v točnosti štetja, razlike med začetnim in končnim merjenjem obvladovanja štetja ter razlike v kakovosti štetja med skupinama. Ugotavljamo tudi razlike v strategijah štetja med učenci, ki so uspešni pri učenju matematike, in tistimi z učnimi težavami, ter razlike med začetnim in končnim ocenjevanjem strategij štetja (Tancig, Kavkler in Magajna, 2004).

Ker je štetje osnova za razumevanje števil in aritmetičnih operacij, potrebujejo učenci z učnimi težavami **intenzivnejše učenje različnih vrst štetja z ustreznimi strategijami štetja**. Če teh spoznanj ne upoštevamo v procesu poučevanja, se številni učenci le mehanično učijo postopkov in jih zato manj učinkovito izvajajo. Posebno pozorni moramo biti na učence s specifičnimi učnimi težavami pri aritmetiki, ki strategije štetja pogosteje netočno izvajajo in zato tudi netočno rešujejo aritmetične probleme. V procesu poučevanja morajo učitelji zanje organizirati veliko socialnih interakcij in glasnega predstavljanja strategije štetja, da otroci usvojijo fleksibilno rabo strategij štetja in postopno preidejo na bolj razvite aritmetične strategije. Otrokom je potrebno omogočiti številne vaje štetja, ki morajo biti za otroke zanimive in povezane z njihovimi izkušnjami, gibanjem, igrami itd.

Usvajanje konceptualnega matematičnega znanja mestnih vrednosti

Veliko otrok z učnimi težavami pri učenju matematike v času šolanja ne uspe razviti številnih abstraktnih matematičnih pojmov, zato potrebujejo neko zunanjo oporo (npr. prste, kocke itd.). Otroci s specifičnimi učnimi težavami imajo pogosto težave že pri usvajanju osnovnih matematičnih pojmov, zato se njihova kognitivna struktura ne razvija tako kot pri vrstnikih. Vzroke njihovih učnih težav lahko pripišemo slabšemu obvladovanju računskih operacij, izoliranemu pojmovnemu znanju ali proceduralnim težavam.

Obvladovanje katerega koli področja matematike je odvisno od **obvladovanja konceptualnega znanja tega področja in pripadajočega proceduralnega znanja**, ki podpira in omogoča reševanje matematičnih problemov. Konceptualne in proceduralne kompetence so predstavljene v jezikovnem in vizualnem sistemu, zato moramo osnovne matematične pojme učencem predstaviti na različne načine, po različnih komunikacijskih poteh, kot npr.:

- *verbalno* (z opisovanjem dejavnosti z materiali, s povezavo pojma z verbalno označbo, razlago pojma itd.),
- *z ustreznimi življenjskimi izkušnjami* (npr. skoki, ki jih učenec izvajajo eno minuto, da dojame trajanje minute),
- *s tridimenzionalnimi pripomočki* (naravni predmeti, kocke, paličice itd.),
- *s slikovnim materialom* (npr. ilustracija življenjskega problema, iz katerega izhajamo),
- *z napisanimi simboli* (besedami ali števki),
- *z dejavnostmi* (povezovanje simbola z ustrežno količino predmetov) itd.

Količina načinov predstavitve pojma je odvisna od starosti in sposobnosti učencev ter od kompleksnosti matematičnega pojma, ki ga razvijamo.

Alternativne šole, posebno šole s pedagogiko Marie Montessori, posvečajo učenju pojma mestnih vrednosti veliko pozornosti in precej časa. V naši šolski praksi pa nam pogosto zmanjka časa za vaje zamenjevanja dekadnih enot, ki pa jih nujno potrebujejo številni učenci, da usvojijo potrebno pojmovno in proceduralno znanje mestnih vrednosti.

Za ilustracijo poteka razvoja pojmovnega znanja za otroke s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki bo predstavljen način usvajanja pojma mestnih vrednosti. Mestne vrednosti namreč spadajo med osnovna pojmovna aritmetična znanja, ki jih mora učenec usvojiti, da lahko ustno in pisno rešuje aritmetične probleme. Učenec s specifičnimi in splošnimi učnimi težavami ima lahko primanjkljaj v delovanju centralnega izvršilnega sistema, kar povzroča konceptualni in/ali proceduralni primanjkljaj na področju npr. mestnih vrednosti. Pri obravnavi mestnih vrednosti mora biti poučevanje usmerjeno v razvoj pojma mestnih vrednosti (desetic, enic, stotic) in pripadajočega proceduralnega znanja (npr. zamenjava 10 enic za 1 desetico). Težave z usvajanjem mestnih vrednosti imajo vsi učenci z znižanimi intelektualnimi sposob-

nostmi in tudi učenci s specifičnimi učnimi težavami, predvsem tisti s proceduralnimi in jezikovnimi težavami. Učitelj mora zato v procesu poučevanja vsem učencem, posebno pa še učencem s specifičnimi učnimi težavami, organizirati dejavnosti, ki omogočajo konstrukcijo pojma mestnih vrednosti (npr. števila, štetje v zaporedju, navajanje ponavljajočih sekvenc desetiških števil itd.) in poleg tega organizirati še take dejavnosti, ki omogočajo pripadajoče proceduralno znanje (npr. zamenjave desetice za 10 enic itd.).

Proces poučevanja pojma mestnih vrednosti

Proces poučevanja vsakega pomembnega matematičnega pojma mora potekati po šestih stopnjah:

1. ocenitev predpogojev, znanja in spretnosti, potrebnih za razvoj novega pojma
2. določitev cilja, ki ga želimo doseči v procesu poučevanja in učenja pojma
3. načrt dejavnosti, potrebnih za razvoj pojma
4. izbira ustreznih učnih pripomočkov za razvoj pojma
5. predvidevanje korakov v procesu poučevanja pojma
6. evalvacija uspešnosti poučevanja in učenja pojma

Za ilustracijo šestih stopenj pridobivanja matematičnega pojma si oglejmo proces poučevanje pojma mestnih vrednosti:

1. Začnemo z oceno predpogojev, znanj in spretnosti, potrebnih za razvoj pojma mestnih vrednosti. Ugotavljamo, ali učenci obvladajo: grupiranje števil v skupine po 10, 100 itd., pojem števila, številsko vrsto, štetje naprej, štetje v zaporedju po 5, 10, 100 itd.

2. Določimo cilj, ki ga želimo doseči. V skladu z močnimi področji in primanjkljaji učencev si postavimo cilj: npr. usvojitev pojma mestnih vrednosti in ugotavljanja odnosov med posameznimi dekadnimi enotami (10 enic je 1 desetica).

3. Načrtujemo dejavnosti, s katerimi bomo dosegli cilj, kot npr.:

- **Merjenje z nestandardnimi merskimi enotami, ocenjevanje količin itd.** Namen takih in podobnih vaj je grupiranje predmetov v skupine po 10.

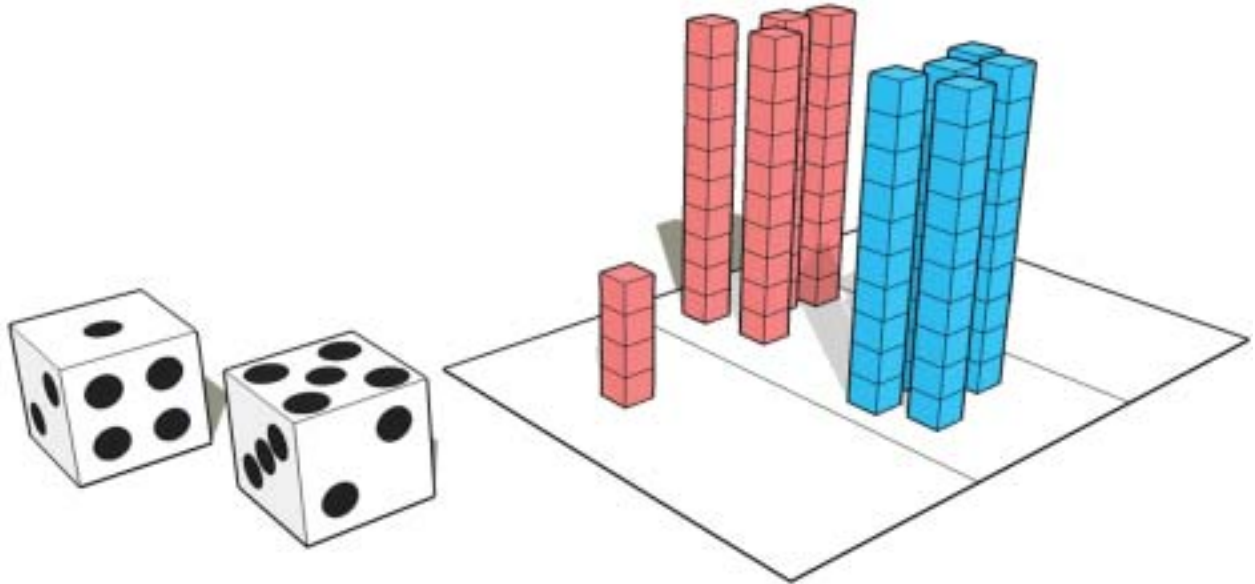
Primer merjenja z nestandardnimi enotami Učenci s kartončki merijo dolžino table, širino sobe, table itd. Kartončke polagajo npr. po dolžini daljše klopi. Potem jih zlagajo v kupčke po 10 in ugotovijo, da so na klop položili 8 kupčkov po 10 kartončkov in še 6 kartončkov. Na koncu pa ugotovijo, da imajo 8 x po 10 kartončkov in še 6 kartončkov, kar je skupaj 86 kartončkov.

Primer ocenjevanja količin Vzamemo stekleno posodo z bonboni (kroglicami, kockami itd., ki so primerno velike, da je možno ocenjevati količino) in jo pokažemo učencem za kratek čas. Vprašamo jih: "Kaj misliš, koliko bonbonov je v posodi?" Ocene količine bonbonov učencev pišemo na tablo. Potem pa učenci bonbone stresejo iz posode in jih zlagajo v skupine po 10. Spet preštejejo kupčke po 10 bonbonov in posamezne bonbone in na koncu povedo število bonbonov. Rezultat morajo še primerjati z oceno.

- **Razporejanje kock na poljih** Namen igre je grupiranje kock v skupine po 10 in 100, kar kasneje pomaga pri razumevanju pojma mestnih vrednosti.

Organiziramo igro v parih Otrokoma v paru damo pravokotnik (velikost je odvisna od velikosti kock, zato vzamemo karton od A4 do A3 formata), ki je razdeljen na tri enako velika polja in dve igralni kocki s pikami od 0–6 pik ter multilique kocke v dveh barvah. Vsak otrok meče po dve kocki s pikami in prešteje število pik na obeh kockah, da lahko nastavi ustrezno količino kock. Kocke s svojo barvo potem zlaga v stolpe po 10 skupaj. Ko

dobi stolp z 10 kockami, ga položi na srednje polje, preostale kocke pa na desno polje. Pove, koliko stolpov ima in koliko kock. Potem meče drugi otrok in izvede enak postopek. Vmes ju sprašujemo po številu stolpov, ki jih ima posamezen otrok, koliko več ali manj stolpov in kock ima od soigralca, koliko stolpov in kock imata oba itd. Igrata toliko časa, dokler eden ne dobi 10 stolpov ali 1 stotico in je zato zmagovalec igre.



Slika 3: Igra v parih

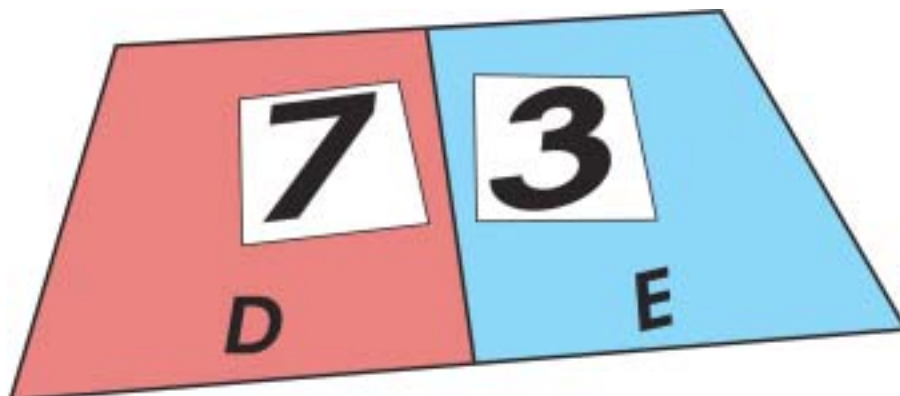
● Vaje z žepnim računalom

Vzamemo žepno računalno (kalkulator) z večjimi števkami. Otroci prištevajo 1 (npr. do 30) ter opazujejo, kaj se dogaja. Ugotovijo, da se desetice zamenjujejo redkeje kot enice.

● Uporaba blokov, stolpov in kock

Števila ponazarjamo s tridimenzionalnimi modeli mestnih vrednosti, kot so posamezna kocka za enico, stolp, ki je dolg 10 kock, za desetico in kvader 10×10 za stotico ter kocka $10 \times 10 \times 10$ za tisočico. Sprva naj ima otrok možnost prešteti posamezne kocke v enoti (npr. desetici ali stotici), kasneje pa naj samo razmerja med ponazoritvami enot kažejo na različne enote. Učenci nastavljajo posamezne vrednosti števil z modeli dekadnih enot (stolp, kvader itd.) oz. z dekadnimi enotami. Za število npr. 312 bo nastavil 3 kvadre ($10 \times 10 \times 1$), 1 stolp (10×1) in 3 kocke.

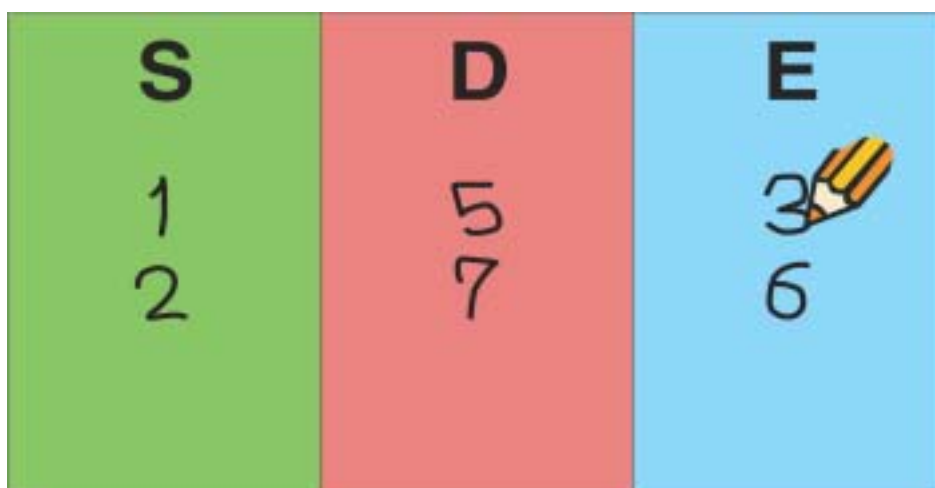
● Konstruiranje modelov dvomestnih števil



Slika 4: Tabela dvomestnih števil

Učencem damo pravokotnik (A4 format za delo v paru, za frontalno delo pa mnogo večji) z dvema enako velikima poljema, ki sta različno obarvana. Barva posameznega polja naj bo enaka, kot jo kasneje uporabimo za oporo pri označevanju enic in desetih v številu. Otrok izvleče iz kupčka kartončkov s števkami od 0 do 9 dva kartončka. Prvega položi na levo polje, ki predstavlja mesto desetih, in drugega na desno polje, na katerem je mesto enice. Potem pa prebere (npr. ima 7 na polju desetih in 3 na polju enic): "Imam 7 desetih in 3 enice, kar predstavlja število 73."

● **Barvni zapisi števil v razpredelnico itd.**



Slika 5: Razpredelnica s števili

Vzamemo za oporo barve, ki so enake barvi polj v predhodni vaji (slika 4). Otroku učitelj ali vrstnik pove število in on mora določiti mestne vrednosti ter jih z ustreznimi barvami vpisati v tabelo.

Predlagane dejavnosti morajo prehajati od tistih, ki vključujejo bolj nazorne vaje, do bolj simbolno predstavljenih. Od starosti otrok in njihovih učnih težav je odvisno, koliko časa bo otrok potreboval dejavnosti ene stopnje, lahko pa kombiniramo dejavnosti različnih stopenj nazornosti.

4. Izberemo učne pripomočke, ki nam bodo pomagali pri usvajanju mestnih vrednosti (kocke, kroglice, denar, žetone, tabele, kartone itd.). Od dejavnosti, ki smo jo predvideli v predhodnem koraku, je odvisno, katere učne pripomočke bomo uporabili.

Učencem je potrebno ponuditi materialne opore, ki jim omogočajo prehod od konkretnih življenjskih problemov do abstraktnih, simbolno podanih matematičnih problemov. Pomembno je, da imajo učenci v učnem procesu ves čas na razpolago različen oporni material ter da jih spodbujamo k uporabi tega na čim več načinov, saj bodo učenci ob prehodu k uporabi višje razvitih strategij postopoma sami opustili njegovo rabo. Didaktično ustrezni so naslednji primeri opornega materiala:

- *trodimenzionalni predmeti:* računalo, kroglice na vrvici (omogočajo nizanje, štetje, grupiranje, združevanje, razdruževanje), kocke (učinkovit pripomoček zlasti za konkretizacijo računskega postopka), denar (kovanci in bankovci),
- *slikovne ponazoritve:* slika prstov rok in nog (opora pri prehodu od računanja na prste k uporabi bolj formalnega in strukturiranega materiala), slikovna ilustracija življenjskih situacij, s katerimi ponazarjamo količine itd.,
- *grafične ponazoritve:* puščični diagrami (grafična shema za ponazoritev razdruževanja, združevanja, grupiranja, računskih operacij ipd.), številski trak ali številska premica (linearna ponazoritev številskega zaporedja) itd.

Raba konkretnih in strukturiranih pripomočkov pomembno vpliva na konstrukcijo pojmov različnih vrst števil, mestnih vrednosti itd. Pomembno je, da učenci vseh starosti opisujejo tisto, kar delajo z materiali. Učenci z desno-hemisfernimi disfunkcijami (npr. dispraksijo) pa se brez opisovanja dejavnosti, ki jih izvajajo, ne morejo učiti. Ti učenci morajo zgraditi dober verbalni model za količine (grupiranje po 10, 100 elementov v skupine) in odnose med njimi (10 enic predstavlja eno desetico) posebno še pri mestnih vrednostih. Opisovati morajo tudi korake v postopku, ki ga izvajajo (npr. 10 kock bom sestavljal v stolpec in dobim desetico).

5. Predvidimo korake v procesu poučevanja od za učence zanimive uvodne dejavnosti, ki pomagata pri umestitvi nove vsebine, med že usvojene, izbire življenjskega problema pri pridobivanju nove teme, izbiro dejavnosti in materialov za utrjevanje itd.

6. Evalvacija uspešnosti poučevanja in učenja mestnih vrednosti terja ugotavljanje uspešnosti poučevanja učitelja in učenja učenca. Učitelj se mora vprašati, če opazi, da ima otrok težave pri usvajanju mestnih vrednosti:

- Ali ima otrok ustrezno predznanje?
- Ali je naloga preveč abstraktna?
- Ali so bili izbrani ustrezni učni pripomočki?
- Ali je postopek poučevanja tekkel po vseh korakih? Ali je bil kak korak prehitro hitro izveden?
- Ali je otrok dovolj pozoren?

Če več učencev kljub izvedbi vseh šestih korakov ne usvoji predvidenega znanja in strategij, mora učitelj ponoviti postopek z bolj prilagojenimi cilji, drugačnimi dejavnostmi, materiali itd. v razredu. Če pa posamezniki niso uspešni, pa postopek ponovi pri dopolnilnem pouku, individualni ali skupinski pomoči.

Razvoj aritmetičnega proceduralnega znanja

Proceduralno znanje (znanje postopkov) predstavlja osnovo motoričnih aktivnosti (vožnja s kolesom, avtomobilom) in kognitivnih veščin, vključno z aritmetičnimi, načrtovanjem računanja, igranjem šaha, prepoznavanjem črk, učenjem jezika itd. (Haberladt, 1994). Razlikovati moramo proceduralno znanje od deklarativnega znanja. Aritmetično proceduralno znanje težje izrazimo kot aritmetično deklarativno znanje. Z lahkoto izračunamo, koliko je $57 + 288$, težko pa opišemo postopek izvedbe izračuna. Razlika med deklarativnim in proceduralnim znanjem je tudi v hitrosti njune uporabe. Postopke izvajamo relativno hitro, mnogo več časa pa porabimo za izvedbo deklarativnega znanja, saj priklic že enostavnega aritmetičnega dejstva terja več časa kot priklic postopka. Obe vrsti znanj sta nujno potrebni pri reševanju aritmetičnih problemov.

Pri matematiki je vključenih mnogo korakov, dejstev, pravil že pri reševanju relativno enostavnih aritmetičnih problemov. Otroku lahko hude težave z izvajanjem posameznih ali vseh postopkov na določenem področju aritmetike. Prior (1996) navaja le nekatere od mnogih problemov s področja aritmetičnega proceduralnega znanja, ki jih srečujemo pri otrocih s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki, in sicer:

- težave pri obvladovanju postopka štetja (npr. v zaporedju po 5, 10, 15 ...),
- težave pri zapisu števil pri izvajanju postopka pisnega množenja, deljenja itd.,
- netočno izvajanje postopkov osnovnih aritmetičnih operacij (ustnega in pisnega računanja),
- izjemna počasnost pri izvajanju aritmetičnih postopkov itd.

Prehod od počasnih, z napakami izvajanih komponent postopka do komponent, ki se izvajajo kot večina poteka v treh stopnjah: od kognitivne prek asociativne stopnje do stopnje avtomatizacije postopka (Anderson, 1980):

- *Na kognitivni stopnji* učitelj otrokom predstavi pravila, ki so osnova postopka (npr. pri učenju pisnega seštevanja učitelj pove otrokom, kje morajo začeti seštevati, kako prenašati desetice naprej, kako podpisovati števila itd).
- *Na asociativni stopnji* otroci rešujejo za vajo veliko primerov in vztrajno uporabljajo naučena pravila, ne da bi se tega zavedali.
- Ko se uporaba pravil avtomatizira, preidejo *na stopnjo avtomatizacije*, ko npr. probleme pisnega seštevanja rešujejo hitro in brez napak.

Otrok, ki dobro razume matematične pojme, mora poleg tega obvladati tudi proceduralno znanje in vedeti mora, kdaj bo uporabil določen postopek pri reševanju aritmetičnih problemov, da bo pri reševanju problema uspešen. Večina otrok s specifičnimi učnimi težavami ni sposobnih samostojno, le na osnovi konceptualnega matematičnega znanja, razviti potrebno proceduralno znanje (npr. za pisno računanje, reševanje enačb itd.), razen v primeru osnovnih numeričnih in aritmetičnih veščin (npr. $3 + 2 = 5$), zato je potrebno postopke v procesu poučevanja sistematično razvijati. Ko otrok s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki postopek dojame, potrebuje veliko vaj, da postopek izvede v čim krajšem času in s čim manj napakami. Otrok utrjuje postopke tako, da rešuje veliko različnih in zanimivih aritmetičnih problemov. V procesu poučevanja in pri individualni obravnavi otrok je potrebno organizirati reševanje različnih matematičnih problemov z različnimi postopki in oporami (barvnimi, grafičnimi, verbalnimi itd.); posebno pomembna je verbalizacija postopkov. Kot model otroku s specifičnimi učnimi težavami lahko služi učenec, ki srednje dobro obvlada postopek, saj uporablja ustrezen besednjak in korake v postopku, ni pa prehitel. Postopke moramo vaditi toliko časa, da jih otrok izvaja avtomatizirano (Geary, 1994).

Matematični besedni problemi

Besedni problemi imajo pomembno mesto v matematičnem izobraževanju, in to ne le danes, ampak tudi v preteklosti, saj so našli 4000 let star egipčanski papirus z matematičnimi besednimi problemi. S pomočjo matematičnih besednih problemov uporabljajo formalno v šoli pridobljena matematična znanja in veščine v življenjski situaciji. Resnična moč matematike je namreč v tem, da lahko z matematičnim jezikom izrazimo in rešujemo vsakodnevne probleme.

Iz podatkov različnih primerjalnih študij so opazne (Askew in Willian, 1995) razlike v načinu reševanja besednih problemov med tistimi učenci, ki dosejajo dobre izobraževalne rezultate, in tistimi, ki dosejajo pri matematiki slabe izobraževalne rezultate. V različnih starostnih obdobjih tudi različno pristopamo k reševanju aritmetičnih besednih problemov.

- Otroci med četrtem in petim letom starosti začnejo takoj manipulirati z danimi informacijami, bolj ali manj v istem zaporedju, kot so jih dobili.
- Otroci med šestim in devetim letom že porabijo nekaj časa za načrtovanje in se šele potem lotijo reševanja problema; so pa še vedno bolj usmerjeni na površinske informacije.
- Odrasli imajo v nasprotju z otroki jasno percepcijo o tem, da bo reševanje uspešnejše, če bodo dobro razmislili o problemu, načrtovali rešitev in se šele potem lotili samega reševanja problema.
- Eksperti matematike pa največ časa porabijo za reprezentacijo problema, razumevanje, organizacijo znanja, načrtovanje rešitve, potem pa sledi krajši čas za reševanje problema. Dobri reševalci imajo na izbiro več različnih strategij za reševanje posameznih besednih problemov.

Uspešni reševalci matematičnih besednih problemov imajo sledeče značilnosti (Fleishner, Nazum in Marzola, 1987): visoke intelektualne sposobnosti, visoke numerične sposobnosti, pozitivno stališče do reševanja problemov, fleksibilnost pri izbiri strategij, preskakovanje korakov v postopkih, priključitev bolj splošnih kot specifičnih detajlov problema, ki ga rešujejo itd. Na uspešnost reševanja besednih problemov pomembno vpliva dojemanje pojma števila in aritmetičnih operacij.

Že predšolski otroci lahko z neformalnimi metodami in s pomočjo aktivnosti z materiali rešijo enostavne probleme, pri katerih jezikovna struktura omogoča neposreden prevod v matematični postopek (npr.: Razdeli 15 bonbonov trem otrokom. Koliko nog imata dve kokoši?). Kadar pa problema ni mogoče direktno transformirati v matematični postopek, so pri reševanju besednih problemov manj uspešni. Jezikovna struktura namreč pomembno vpliva na otrokovo sposobnost konkretne in mentalne reprezentacije pomena besednega problema, kar pogojuje veščine reševanja problema. Težavnost besednega problema je odvisna tudi od semantične strukture danega problema. Posebno pozorni moramo biti na čase, ki so v problemu uporabljeni in na konstrukcijo vprašanj.

Pomembno vlogo pri reševanju pisnih matematičnih besednih problemov ima tudi sposobnost branja. Bralci s težavami pri branju niso tako uspešni pri reševanju matematičnih besednih problemov kot bralci z dobrimi bralnimi sposobnostmi. Bralne sposobnosti neposredno vplivajo na razumevanje matematičnih besednih problemov. Razumevanje se izboljša, če otrokom problem predstavimo vizualno. Sposobnost dobrega branja vključuje veščine splošnega razumevanja in vpliva tudi na obvladovanje matematičnih terminov. Čim hitreje je neka informacija verbalno podana, tem hitreje si jo zapomnimo, zato si tisti, ki so dobri bralci, zapomnijo več informacij in so bolj sposobni reševati kompleksne probleme.

De Corte in Verschaffel (1987) sta v longitudinalni študiji proučevala strategije, ki so jih prvošolci uporabili pri reševanju besednih problemov seštevanja in odštevanja. Najbolj pomembne so tri ugotovitve:

- Otroci so pri reševanju besednih problemov seštevanja in odštevanja uporabili veliko različnih strategij. Odkrila sta vsaj 10 različnih vrst strategij pri reševanju vsakega problema. Večine izvedenih strategij se otroci niso nikoli formalno učili, ampak so jih skonstruirali sami.
- V obdobju šolskega leta je bil opažen pomemben napredek v razvoju strategij. Na začetku sta bili dve tretjini pravih rešitev dobljeni z materialno strategijo (dejavnosti z materiali). Na koncu šolskega leta pa so otroci dve tretjini problemov rešili z uporabo mentalne strategije, torej s priklicem aritmetičnih dejstev iz dolgotrajnega spomina. Odkrila pa sta le malo otrok, ki so problem reševali z verbalno strategijo štetja, kar pripisujeta metodam poučevanja v šoli.
- Izbor strategij za reševanje besednih problemov je bil močno odvisen od semantične strukture problema. Ugotovila sta, da semantična struktura problema ne vpliva le na izbor materialnih ali verbalnih strategij, ampak tudi na izbiro mentalne strategije reševanja besednega problema.

Vzroki težav pri reševanju matematičnih besednih problemov so različni in mnogoteri, kar je razvidno tudi iz predhodnih navedb različnih avtorjev. Otroci s specifičnimi učnimi težavami imajo lahko slabe dosežke pri reševanju besednih problemov zaradi *primarnih vzrokov* (nerazumevanje, težave reprezentacije problema), *sekundarnih* (neusvojena aritmetična znanja in postopki) ter *drugih vzrokov* (npr. bralnih težav) (Geary, 1994).

Otroci s specifičnimi učnimi težavami imajo težave pri reševanju matematičnih besednih problemov zaradi kompleksnosti jezika, nepoznavanja besednjaka, nepoznavanja vsebine problema, velikosti števil, aritmetičnih veščin, kompleksnosti problema itd.

Kapaciteta delovnega spomina je povezana tudi s hitrostjo priklica informacij. Čim večja je kapaciteta delovnega spomina, tem uspešnejše je reševanje matematičnih besednih problemov. Vsi otroci s specifičnimi učnimi težavami, ki že osnovne aritmetične probleme rešujejo z manj razvitimi strategijami, porabi-

jo precejšen del kapacitete delovnega spomina za reševanje osnovnih računov (npr. $7 + 5$ rešujejo s štetjem) namesto za reševanje besednega problema.

Montague in Applegate (1993) pa sta ugotovila, da imajo otroci s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki pomanjkljive specifične kognitivne strategije (npr. način reprezentacije problema) in pomanjkljive metakognitivne strategije (npr. nadziranje lastnih dejavnosti) pri reševanju besednih problemov.

De Corte in Verschaffel (1985) sta reševanje matematičnih besednih problemov predstavila s pet-stopenjskim modelom:

1. Otrok prebere besedilo in oblikuje globalno, ponotranjeno reprezentacijo problema.
2. Na osnovi te reprezentacije izbere ustrezno aritmetično operacijo, da najde neznano količino.
3. Izvede izbrano aritmetično operacijo.
4. Neznano količino začetne reprezentacije problema nadomesti z rezultatom in pripravi odgovor.
5. Preveri pravilnost rešitve problema.

Učenje strategij reševanja besednih problemov lahko poteka tudi s pomočjo akronimov. Akronim (npr. PIPS), pomaga učencem pri pomnjenju strategije reševanja besednih problemov. Vsaka začetnica je povezana z enim ali več koraki strategije reševanja besednega problema. Učenci naj se strategijo najprej učijo po modelu, potem pa naj jo učitelj ponavlja skupaj z učenci, dokler je ne ponotranjijo in je ne izvajajo samostojno. Na začetku jim je lahko v pomoč še plakat in kartonček s koraki na mizi.

Preberi besedilo in poišči vse pomembne podatke v besedilu problema.

Ilustriraj besedni problem (nariši sliko, grafični prikaz itd.)

Pretvori besede v račun, ga izračunaj in napiši odgovor.

Sistematično preglej celoten potek reševanja besednega problema.

STRATEGIJE UČNE POMOČI

Načini poučevanja matematike in nudenja pomoči pri matematiki se razlikujejo med državami, saj so pomembno odvisni od kulture, tradicije in stila poučevanja učiteljev. Uspešnost učenja matematike je v veliki meri odvisna od poučevanja, zato morajo učitelji poučevati matematiko kvalitetno in zanimivo. Organizirati morajo tako učno okolje, ki izzove učenčevo radovednost, mu omogoča različne izkušnje in ga spodbuja, da eksperimentira in razvija matematične pojme, ter išče lastne strategije reševanja matematičnih problemov.

Inkluzivna vzgoja in izobraževanje učencev s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki terja inkluzivno klimo, metode, pristope, materiale, ki ne pomagajo le učencem s specifičnimi učnimi težavami, ampak omogočajo **uspešnejše učenje vseh učencev**. Osnovni cilj dela z otroki s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki je razvoj takih metod in pristopov, ki vsaj kompenzirajo učne težave, če jih že ne popolnoma odpravijo. Ker so premalo poznani primanjkljaji in posebne vzgojno-izobraževalne potrebe učencev s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki, se pogosto uporabljajo klasični pristopi redukcije kompleksnosti in zahtevnosti nalog, ki pa so pri delu s temi učenci neučinkoviti, saj **se ti učenci lahko učijo tudi zahtevnejših vsebin, vendar na drugačen način kot vrstniki**. Pogosto pa nas presenetijo z dobrim razumevanjem kompleksnih problemov, česar pa ne morejo dokazati, če jim reduciramo zahtevnost in smo pretirano pozorni na napake, spregledamo pa razumevanje matematičnih problemov.

Matematične sposobnosti številnih učencev s specifičnimi učnimi težavami lahko uspešno razvijemo z ustreznimi prilagoditvami in podporo. Učitelji se morajo zavedati potreb teh otrok in mladostnikov po nujnem prilagajanju okolja, pripomočkov, strategij poučevanja. Seveda pa tudi **učitelj potrebuje podporo, svetovanje in pomoč**.

Nekateri učenci s specifičnimi učnimi težavami imajo zelo dobro razvito matematično konceptualno znanje, a izrazite težave pri računanju. Na začetku šolanja imajo zato hude učne težave pri matematiki zaradi težav priklica aritmetičnih dejstev in postopkov, kasneje pa lahko izkoristijo svoje talente, če imajo možnost, da računske težave omilijo z rabo žepnega računalca. Učencev s specifičnimi učnimi težavami nikakor ne smemo obravnavati kot učence, ki zaradi znižanih intelektualnih sposobnosti dosegajo nižje nivoje matematičnega znanja. Pri poučevanju teh učencev se mora učitelj zavedati njihovih težav pri računanju zaradi slabše sposobnosti avtomatizacije dejstev in postopkov, zato ne sme pretiravati s treningom računanja. Omogočiti jim mora delo v skupini z vrstniki, ki predstavljajo zanje model, jim pomagajo kontrolirati pravilnost izračunov in omogočajo diskusijo, izmenjavo idej, strategij itd.

Učitelji bi se morali zavedati, da tudi z neustreznim poučevanjem lahko pripomorejo k rabi neustreznih strategij. Konsistentnost, s katero nekateri otroci s težavami pri matematiki uporabljajo materialne strategije, lahko nakazuje, da niso bili deležni strategij poučevanja, ki bi jim omogočalo postopen prehod od enostavnih materialnih strategij na razvojno zahtevnejše strategije. To se zdi še posebno pomembno pri poučevanju v prvem triletju, če poučevanje v veliki meri temelji na natiskanih delovnih zvezkih, s konkretnimi pomagali kot pripomočki pri štetju in kjer je "glavna naloga", ki jo mora otrok opraviti, preštevanje konkretnih pripomočkov (najpogosteje prstov) in zapis odgovora.

Prilagoditve v različnih starostnih obdobjih

Učinkovito pomoč za posameznike s specifičnimi učnimi težavami v vseh starostnih obdobjih lahko organiziramo, če poznamo značilnosti in posebne potrebe teh oseb ter zahteve, ki jim jih postavlja okolje.

V predšolskem obdobju in v prvem triletju naj bi otroci v procesu poučevanja usvojili osnovna matematična znanja:

- pojmovna znanja, kot so: pojem števila, štetja, operacij, geometrijski pojmi itd.,
- avtomatiziran priklic aritmetičnih dejstev za vse operacije,
- računske algoritme (npr. korake v postopku pisnega množenja),
- reševanje besednih problemov itd.

Ker je uspešnost učenja pri matematiki močno odvisna od predznanj, je zelo pomembno, da so učiteljeve razlage, navodila razumljiva vseh otrokom. Ko učitelj začne z obravnavo nove teme, mora upoštevati, v kolikšni meri ima otrok **razvite predpogoje za učenje nove snovi**. Otrok se ne more naučiti aritmetičnih dejstev seštevanja, če ne obvlada pojma seštevanja, če ne poveže znak + s seštevanjem itd. Dobra poučevalna praksa prepreči številne neuspehe vseh otrok, ki imajo lažje učne težave. Vsi otroci, ki imajo izrazitejšo specifične učne težave, pa potrebujejo tudi bolj specifične pristope, ki morajo biti upoštevani v samem procesu poučevanja že od začetka šolanja.

V drugem in tretjem triletju osnovne šole so dosežki mladostnikov omejeni z različnimi dejavniki – od slabšega predznanja, slabe samopodobe in neprilagojenega načina poučevanja. Od njih pa se pričakuje, da bodo obvladali:

- zahtevnejša konceptualna znanja (npr. ulomek, funkcijo, abstraktne geometrijske pojme),
- kompleksnejše računske algoritme (odštevanje ulomkov, reševanje enačb itd.),
- zahtevnejše besedne probleme (z več koraki) itd.

Mladostniki s specifičnimi učnimi težavami pa pogosto vseh teh zahtev ne zmorejo. Ni problem samo priklic dejstev, ampak tudi številni neusvojeni postopki in slabše razvita pojmovna znanja. Vsi ti elementi matematičnega znanja so namreč povezani. Za dobro oceno matematičnih znanj in strategij je nujno, da ugotovimo mladostnikova močna področja, tudi pri matematiki, in njegove primanjkljaje. Mladostnik, ki ima npr. dobro konceptualno matematično znanje, a težave z avtomatizacijo, bo potreboval drugačne pristope in prilagoditve kot mladostnik, ki ima težave zaradi slabše razvitega konceptualnega znanja. Učne težave pri matematiki pa začnejo počasi vplivati tudi na učenje drugih predmetov, predvsem naravoslovja.

V srednji šoli in pri nadaljnem šolanju so težave mladostnikov z izrazitimi specifičnimi učnimi težavami še hujše. Količina in kakovost znanja se močno razlikujeta od znanj vrstnikov. Zaradi konstantne neuspešnosti se pojavljajo tudi izrazitejšo čustvene težave. Strategije poučevanja pa so pogosto mnogo manj prilagojene posebnim potrebam mladostnikov s specifičnimi učnimi težavami, kot so pri mlajših otrocih. Najpogosteje se učijo le najosnovnejših znanj in veščin, le toliko, da napredujejo, zato niso motivirani za reševanje kompleksnih problemov. Zaradi zelo redkih priložnosti, da bi bili uspešni pri učenju matematike, pogosto prekinejo šolanje ali pa končajo izobraževanje z najbolj osnovnimi matematičnimi znanji in skromnimi sposobnostmi reševanja matematičnih problemov. Uspešnost procesa poučevanja je odvisna od:

- *mladostnikovega predznanja* (težave, povezane z avtomatizacijo, pogosto ostajajo in se pojavljajo tudi pri računanju z decimalnimi števili, merjenju, obvladovanju matematične terminologije itd.),
- *njegove percepcije lastne učinkovitosti* (vzrok iščejo v svoji nesposobnosti, že vnaprej pričakujejo neuspeh, imajo nizka pričakovanja itd.),
- *vsebine, ki se poučuje in je v nadaljnem izobraževanju v veliki meri odvisna od organizacije vsebin in od predstavitve vsebin*. Od srednješolcev in študentov se pričakuje, da imajo usvojena osnovna znanja.

Najbolj na uspešnost poučevanja matematičnih vsebin vplivajo:

- narava in število primerov ter organizacija vaj,
- učiteljeva odločitev o tem, katere pojme in veščine bo predstavil srednješolcem ali študentom,
- ekonomična izraba časa in virov (koliko časa se porabi za razlago, koliko je vaj, koliko je zamud zaradi nereda ...),
- organizacija poučevanja, ki je odvisna od količine časa, ki se uporabi za učinkovito učenje, možnostjo doživljanja uspeha, način posredovanja bolj kompleksnih veščin,
- strategija poučevanja (predavanja, delo v skupinah, pomoč vrstnikov itd.),
- aktivna vloga srednješolca ali študenta s specifičnimi učnimi težavami itd.
- organizacije procesa poučevanja,
- napora učitelja, da evalvira in izboljša proces poučevanja,
- učiteljevega prepričanja o naravi mladostnikovih težav,
- učiteljevega prepričanja o svoji usposobljenosti za učinkovitejše poučevanje mladostnikov s specifičnimi učnimi težavami itd.

Vedno pa je potrebno vedeti, da uspešnost šolanja mladostnika s specifičnimi učnimi težavami po osnovni šoli ni le odvisna od učitelja, ampak tudi od mladostnikove motivacije, čemu pripisuje neuspeh, količine truda, ki ga je pripravljen vložiti v učenje matematike itd. Oba, učitelj in učenec, morata biti pozorna na vsak uspeh in na tem graditi proces učenja in poučevanja. **Učitelj mora izboljševati proces poučevanja, a deležen mora biti tudi ustreznih pripomočkov, literature in pomoči drugih strokovnih delavcev.**

Za odrasle, ki so imeli v času šolanja učne težave, je značilno naslednje:

- Še v odraslem obdobju imajo *težave s priklicem aritmetičnih dejstev*, zato preštevajo prste že pri reševanju zelo enostavnih problemov, kot je npr.: 7×5 ali uporabljajo žepno računalno.
- Imajo *težave pri reševanju večstopenjskih problemov*, ker nimajo avtomatiziranih postopkov, izpuščajo korake v postopku ali mešajo zaporedje korakov v postopku, ne obvladajo npr. pisnega deljenja, ker je v postopku veliko korakov. Prav tako imajo težave pri urejanju domačega proračuna itd.
- Njihove *vizualne predstave problema so manj učinkovite*, zato si težko predstavljajo celo enostavne probleme in so tudi miselno manj fleksibilni.
- Imajo *vizualno-specialne primanjkljaje*, zato zamenjujejo simbole (npr. 13 z 31), imajo težave pri interpretaciji grafičnih prikazov in tabel, slabše se orientirajo na listu z gradivom, težave imajo pri postavljanju decimalne vejice, pri geometriji itd.
- *Težave imajo pri procesiranju jezikovno podanih informacij*, kar vpliva na učinkovitost reševanja pisnih aritmetičnih problemov, saj ne morejo preoblikovati življenjskih problemov v ustrezne matematične postopke, izogibajo se zaposlitvam, ki so povezane z reševanjem aritmetičnih problemov itd. (Florida Bridges to Practice 2004).

Vedno bolj se poudarja pomen vseživljenjskega učenja, zato bi morali tudi odraslim s specifičnimi učnimi težavami organizirati oblike izobraževanja, ki bi jim omogočale kompenzacijo primanjkljajev. V različnih državah imajo različne oblike dela z odraslimi, ki se izvajajo v delovnih organizacijah ali drugih ustanovah.

Strategije poučevanja učencev s specifičnimi učnimi težavami

Uspešnost poučevanja otrok in mladostnikov s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki je odvisna od:

- **učenčevih predhodnih matematičnih dosežkov**, ki so pogosto skromni, saj učenci ne obvladajo osnovnih aritmetičnih znanj in pojmov zaradi težav z usvajanjem pojmov s priklicem aritmetičnih dejstev itd.;
- **percepcije lastne učinkovitosti**, predvsem dejavnikov, ki jim učenec pripisuje vzrok za svoj neuspeh (meni, da je neumen). Percepcija se razvija vsa leta šolanja in je odvisna od števila uspehov in neuspehov, ki jih učenec doživi, in
- **kvalitete poučevanja**, ki vpliva na razvoj pojmovnega znanja in strategij ter hitrejšega in učinkovitejšega reševanja problemov.

Kakovost poučevanja otrok in mladostnikov s specifičnimi učnimi težavami je odvisna od vsebine in od načina predstavitve premišljeno izbranih vsebin ter organizacije procesa poučevanja. Pomembni so številni dejavniki:

- **Elementi učinkovitega poučevanja** so:

- ponovitev predhodno obravnavane teme,
- učiteljeva predstavitev nove snovi, s poudarkom na predstavitvi novih matematičnih terminov (povezati pomen termina z različnimi življenjskimi in matematičnimi pomeni itd.),
- razdelitev nalog (navodil) na manjše enote,
- vodene vaje pod učiteljevim vodstvom, ki vključujejo več verbalizacije, preverjanja razumevanja, učenja strategij, rabe pripomočkov itd.,
- samostojno izvajanje vaj s poudarkom na rabi ustreznih učnih in tehničnih pripomočkov,
- takojšnje povratne informacije učitelja itd.;

- **Modeliranje** je lahko učinkovita strategija pri učenju nekaterih matematičnih znanj in strategij. Vključuje tri korake:

- **analizo že usvojenega znanja** (npr.: učenje poštevanka je za nekatere hudo breme in jih zelo težko motiviramo za to. Če pa z učenci skupaj ugotovljamo, kaj otrok že zna, kot npr. vse večkratnike poštevanka 1, 10, 2, 5, vse zamenjave faktorjev, kot npr.: $3 \times 7 = 7 \times 3$ in tako ostane le še nekaj primerov, ki jih razdeli in se uči po 1 do 3 dejstev na dan)

- učitelj demonstrira strategijo reševanja aritmetičnega problema, izvajanje postopka, uporabo učnega pripomočka itd. in ob tem opisuje s ključnimi besedami korak za korakom postopek, ki ga izvaja,
- učenec ponovi vsak korak postopka ob rabi ustreznih ključnih besed in opazovanju učiteljevega modela,
- učenec samostojno izvede postopek, še vedno pa si lahko pomaga z učiteljevim modelom;

- **delo v skupinah** (heterogenih ali homogenih po matematičnih dosežkih) različnih velikosti je eden od elementov prilagajanja procesa poučevanja, saj je npr.:

- velika skupina učinkovita za posredovanje splošnih navodil, izmenjavo strategij reševanja problema itd.,
- delo v malih skupinah pa daje več možnosti za individualno pomoč učitelja, izmenjavo izkušenj z vrstniki itd.;

- *primeri iz življenja* so posebno priporočljivi pri predstavitvi novih pojmov, ker so učenci bolj osebno vključeni, zato tudi motivirani, lažje prepoznajo pomen novega pojma za vsakdanje življenje itd.;

- **Oblikovanje procesa poučevanja** vključuje:

- odločitev za seznam pojmov in veščin, ki jih morajo obvladati vsi učenci, *posebno skrbno pa morajo biti izbrani pojmi in veščine, ki jih morajo obvladati učenci s specifičnimi učnimi težavami*,
- identifikacijo pomembnih povezav med pojmi in veščinami,
- organizacijo dejstev, pojmov in veščin v logične hierarhične povezave,
- skupine primerov, ki ilustrirajo izbrane pojme in veščine, ki morajo biti usvojeni,
- predstavitev ustreznih primerov učencem v procesu poučevanja itd.

- **Narava primerov**, ki jih učitelj vključuje v proces poučevanja za pridobivanje novih pojmov, vpliva na uspešnost učenja učencev s specifičnimi učnimi težavami. Bolje se učijo s pomočjo primerov iz življenja. Učitelj mora izbrati reprezentativne primere, ki dobro ilustrirajo pojem (življenjske, konkretne, jasne, brez motečih elementov); še posebno to velja za pridobivanje osnovnih pojmov. Primere mora tudi ustrezno (po vseh senzornih poteh) predstaviti učencem. Če učitelj primere neustrezno izbere, predstavi ali jih sploh ne vključuje v proces poučevanja, bodo imeli učenci s specifičnimi učnimi težavami pomembno večje težave pri usvajanju pojmov kot vrstniki, zato le delno usvojijo pojem ali pa ga sploh ne. Da bodo učenci usvojili ustrezno pojmovno znanje, jim mora učitelj predstaviti pomembne in nepomembne značilnosti pojma.

Primer: Učitelj uporablja za ponazarjanje enic žetone, za ponazarjanje desetice pa večje okrogle ploščice. Če učenci nimajo praktičnih izkušenj z ugotovitvijo, da gre pod veliko okroglo ploščico 10 majhnih krožcev, težko ali sploh ne dojamajo pomena te ponazoritve desetice. Učenec mora imeti priložnost, da odkrije večjo okroglo ploščico in prešteje 10 pokritih krožcev ter tako ugotovi, da je večja okrogla ploščica "vredna" 10 žetonov.

- **Ekonomična izraba časa in virov** je zelo pomembna za uspešno poučevanje, zato mora učitelj dobro izbrati pojme (npr. ulomek) in strategije, ki jim bo posvetil posebno pozornost, več časa in ponazoril. Za učence s specifičnimi učnimi težavami so učiteljeve odločitve še bolj pomembne, saj ni vseeno, ali učitelj posveti ogromno časa in virov npr. avtomatizaciji računskega postopka deljenja, ki ga učenec nikakor ne more avtomatizirati, ali posveti pozornost iskanju različnih strategij reševanja problemov deljenja in učencu da žepno računalo, ko rešujejo matematične besedne probleme, povezane z deljenjem.

- **Organizacija procesa poučevanja** pomembno vpliva na kvaliteto učiteljevega poučevanja. Dober učitelj organizira proces poučevanja tako, da učenci porabijo večino časa za aktivno učenje z interaktivnim in strateškim poučevanjem (izmenjava strategij reševanja problema v skupini, smiselna razdelitev nalog v skupini itd.), omogoča veliko priložnosti za doživljanje uspeha in daje večji pomen kompleksnim veščinam in generalizaciji. Zigmond (1990) poudarja, da številni učitelji niso dovolj pozorni na učinkovitost organizacije časa pri poučevanju matematike, saj manj kot 40 % časa porabijo za interakcije z učenci, 28 % časa porabijo za pripovedovanje navodil o tem, kaj naj učenci naredijo, namesto **kako naj naredijo**, in 23 % časa sploh nimajo interakcij z učenci. Opazovanja učencev s specifičnimi učnimi težavami so pokazala, da porabijo tri četrtine časa za urjenje dejstev in postopkov na učnih listih, kar jih spravlja v čustvene stiske, pripomore k slabi samopodobi, saj pri takih nalogah ne morejo biti uspešni.

- **Prilagajanje pri preverjanju znanja** je odvisno od posebnih potreb učenca. Učitelj lahko prilagaja:

- čas izvedbe (pomembno za tiste, ki ne avtomatizirajo dejstev in postopkov),
- število nalog, saj je pomembna kakovost in ne kvantiteta nalog, ki jih reši,

- *oblike preizkusa* (primeri, ilustracije, velikost črk, količina prostora za zapis, bež barva podlage in zelen tisk itd.),
 - *rabo učnih in tehničnih pripomočkov*,
 - *prostor* (izven razreda, pri učitelju itd.).
- **Učitelj mora prilagajati načine spodbujanja učencev**, saj za učence s specifičnimi učnimi težavami zgolj povratna informacija o pravilnosti ali nepravilnosti rešitve naloge ni dovolj učinkovita. Za nadaljnje reševanje nalog potrebujejo bolj specifične oblike motivacije. Učitelj mora biti tudi bolj usmerjen v proces kot v produkt reševanja naloge in temu mora prilagoditi tudi spodbude in nagrade (npr. učitelj bo pohvalil učenca, če je pravilno izvedel postopek deljenja, ko se ga učijo, čeprav je učenec priklonal napačno aritmetično dejstvo ali razumel problem, čeprav ga bo napačno izračunal itd.)
 - **Učitelj naj prilagaja domače naloge tako**, da jih lahko učenci v največji meri opravijo sami. Zato je potrebno upoštevati učenčevo znanje in strategije; poudarek naj bo na kakovosti nalog in ne na količini; učitelj naj predvidi tudi čas za navodila, primere, odgovore na vprašanja učencev v zvezi z domačimi nalogami itd. Učenec naj vedno dobi pozitivno naravnano povratno informacijo o domači nalogi itd.
 - **Podaljšanje časa** v procesu poučevanja učenec potrebuje zato, da ne čuti časovnega pritiska, saj potem načrtuje rešitev, reši problem, ki terja priklic dejstev in postopkov s časovno zamudnejšimi strategijami, in tudi preveri pravilnost reševanja naloge.
 - **Prostorske prilagoditve** so potrebne predvsem za učence, ki so manj zbrani, zato morajo sedeti v bližini učitelja in proč od motečih dejavnikov.
 - **Raba tehničnih pripomočkov** v veliki meri izboljša učinkovitost otrok s specifičnimi učnimi težavami. Vendar pa so tehnični pripomočki le učno orodje in ne neka vsemogočna rešitev. Ne smemo prehitro preiti na rabo tehničnih pripomočkov (npr. žepnega računalca, saj moramo najprej izkoristiti vse možne postopke, da otroku omogočimo npr. avtomatizacijo dejstev in postopkov. Če pa učenec ob vsej podpori učiteljev in staršev ni uspel avtomatizirati dejstev in postopkov do 5. ali 6. razreda, začnemo uvajati še tehnične pripomočke. **Učenca moramo obvezno naučiti rabe tehničnega pripomočka.**

Nekaj specifičnih strategij pomoči

- Številni učenci *prinesejo v šolo veliko neformalnega znanja matematike*, a imajo težave z usvajanjem formalnih procesov, matematičnega jezika in simbolov. Ker učitelji hitro začnejo z rabo formalnega jezika in slikovnega materiala, imajo ti učenci težave. Potrebujejo življenjske primere in konkretne materiale, ki jih lahko premikajo in predstavljajo, saj jim te dejavnosti omogočajo mnogo boljše reprezentacije kot slikovni material. Če slikovni material kot delno abstrakten simbol predstavimo učencem prezgodaj, pogosto ne uspejo povezati obstoječih pojmov, matematičnega jezika in pisne oblike predstavljenih matematičnih problemov.
- Z uporabo *konkretnih materialov* učenci razvijejo mnogo bolj natančne mentalne reprezentacije, jih bolje razumejo, so bolj motivirani za učenje matematike, boljše je njihovo razumevanje matematičnih idej in uspešnejša uporaba znanj v življenju. Dejavnosti s konkretnim in strukturiranim materiali pomembno vplivajo na razvoj pojmov, na ugotavljanje številskih odnosov, razvoj mestnih vrednosti, uspešnost reševanja besednih problemov, verjetnostnih problemov in statistike. Seveda so različni materiali potrebni za razvoj različnih pojmov. **Material sam po sebi ne uči učencev; vedno je potrebno kombinirati dobre strategije poučevanja z rabo ustreznih naravnih in učnih pripomočkov.**

- *Matematični jezik* predstavlja velike težave tudi številnim učencem z jezikovnimi primanjkljaji, ki so zato pri učenju matematike neuspešni. Težave imajo z usvajanjem matematične terminologije, s sledenjem navodil, z reševanjem kompleksnih besednih problemov itd. Učitelj tem učencem lahko pomaga z razgraditvijo kompleksnih navodil na dele, razlago in konkretizacijo novih terminov, s plakati novih terminov, preverjanjem razumevanja navodil, spraševanjem učencev, da nam razložijo ali ponazorijo s konkretnimi materiali, kaj morajo narediti itd. Učenca s takimi težavami je treba učiti notranjega govora, zato naj učitelj učenca spodbuja:
 - da se ustavi po vsakem vprašanju in premisli, kaj je bil vprašan,
 - glasno prebere problem in odgovor, ki ga je napisal, ter
 - se posluša in vpraša, če je smiselno, kar je povedal.
- *Vizualno-prostorski aspekt težav pri učenju matematike* je manj pogost, vendar zelo obremenjujoč vzrok učnih težav pri matematiki. Vpliva na slabše razumevanje pojmov, slabši je občutek za pomen števil, težave so prisotne pri slikovnih ponazoritvah matematičnih pojmov (npr. številskih črt, pojmov števil itd.), pri pisanju, geometrijskem načrtovanju itd. Potrebujemo več **verbalno podanih** navodil in vaj za razvoj strategij rabe učnih pripomočkov, več časa za pisanje pisnih preizkusov, prilagojeno geometrijsko orodje itd. Ker je verbalno področje njihovo močno področje, so uspešnejši, ko kombinirajo verbalne opise, navodila z dejavnostmi z materiali (Garnett, 1998).
- *Težave pri štetju v sekvencah* (zaporedju) (npr. 3, 6, 9, 12 ...) so zelo pogoste. Je pa štetje v zaporedju osnova za uspešno učenje mestnih vrednosti, poštevanke itd. Problem pri izvajanju štetja v zaporedju je pogosto že v pojmovnem znanju, ki je povezano z dojetjem zaporedja (npr. Otroci gredo po 2 in 2 v vrsti. Koliko otrok je v 7 vrstah?). Učence je potrebno učiti strategij štetja v zaporedju od začetka šolanja naprej. Izbiramo ustrezne dejavnosti, vzete iz življenja učencev (npr. štetje prstov na rokah sošolcev 5, 10, 15 ..., štetje stopnic pri stopanju na vsako drugo stopnico 2, 4, 6, 8 ... itd.). Upoštevati moramo strategije štetja, ki jih učenci pri tem uporabljajo. Nekateri bodo kot oporo uporabili tiho preštevanje števil, ki so vmes, npr.: **1** pove tiho, **2** glasno, **3** tiho, **4** glasno itd.).
- *Težave s priklicem osnovnih aritmetičnih dejstev* (npr. $3 \times 4 =$, $5 - 3 =$) za vse štiri aritmetične operacije so prisotne pri osebah, ki ne uspejo razviti uspešnih strategij pomnjenja teh dejstev. Ti učenci potrebujejo:
 - različne interaktivne in intenzivne oblike treninga,
 - multisenzorno učenje,
 - veliko vaj, vendar v manjših časovnih obdobjih (10 minut na dan),
 - malo število dejstev, ki naj jih naj urijo naenkrat,
 - urijo naj zamenjavo členov pri seštevanju in množenju ($4 + 5 =$ in $5 + 4 =$, $8 \times 7 =$ in $7 \times 8 =$),
 - da se učijo kompenzacijskih strategij (npr. $7 \times 8 = 5 \times 8 + 2 \times 8$), namesto da utrijujejo le dejstva,
 - spremljanje lastnega napredka (grafično, z žetoni ...) itd.
- Učenec ima lahko aritmetične težave, a je istočasno *močan na drugih področjih matematike* (npr. pri geometriji, reševanju kompleksnih besednih problemov itd.). Razvoja močnih področij ne sme ovirati pretiran trening na šibkem področju, zato učencem s specifičnimi aritmetičnimi težavami poiščemo oporo, kot npr. žepno računalno pri reševanju kompleksnih problemov, mu organiziramo delo v paru itd., da lahko optimalno razvije svoje potenciale.

Razvoj aritmetičnih dejstev s pomočjo notranjega govora

Otroci z aritmetičnimi učnimi težavami imajo težave s priklicem aritmetičnih dejstev zato, ker nimajo dobro shranjenih informacij in jih tudi manj fleksibilno uporabljajo. Pogosto damo otrokom in mladostnikom žepno računalno, a zato strategije nič bolj fleksibilno ne uporabljajo. Notranji govor pomaga posamezniku, da usvoji kvalitetnejše aritmetično znanje, ki je tudi bolj fleksibilno shranjeno. Pomembna povezava je med govorom in fleksibilnostjo. Otroci z aritmetičnimi učnimi težavami imajo težave z učinkovito rabo notranjega govora, ker niso dovolj spodbujani k razvoju notranjega govora. Moramo jim pomagati razvijati aritmetične strategije s pomočjo notranjega govora.

Proces učenja notranjega govora se začne zelo zgodaj. Postopoma prehajamo od glasnega preko tihega govora, od šepetanja do notranjega govora. Otroci morajo razumeti, da jim notranji govor pomaga, da si bolje zapomnijo aritmetična dejstva in tudi druge podatke. Pri učenju notranjega govora:

- otroku pripravimo okolje, v katerem se bo dobro počutil in bo ponosno opisal svojo strategijo,
- damo otroku za domačo nalogo, da jasno in glasno prebere npr. 5 računov in dogovorov, kar predstavlja osnovo za razvoj notranjega govora,
- naj sošolcu razloži, kako računa, saj tako ozavešča strategijo, ki jo rabi,
- mu ponudimo dober model (srednje uspešnega učenca, ki opisuje svojo aritmetično strategijo),
- pomagamo otroku, da v svoj skromen seznam aritmetičnih strategij doda še druge strategije (po modelu vrstnikov),
- naj otrok primerja strategije, ki jih uporablja pri reševanju simbolnega računa, in tiste pri reševanju besednega problema.

Ostad (2006) je predstavil tudi sistematičen razvoj poštevance s pomočjo notranjega govora. Program je vključeval:

- *1–3 tedne tradicionalnega učenja poštevance* (življenjski problem, sistematični prehod od seštevanja do množenja, prehod od rabe konkretnih pripomočkov do simbolov ...), da otroci razumejo poštevanko in so pripravljeni na internalizacijo,
- *prikaz notranjega govora (6 tednov)*, ki vključuje:
 - seznanjanje otrok s tem, kaj notranji govor je,
 - pridobivanje fonološke osnove za notranji govor s pomočjo rim, pesmi, ponavljanja zaporedja števil itd., da otrok dojame fenomen notranjega govora npr. s prehodom od glasnega petja do petja z notranjim govorom,
 - stimulacijo notranjega govora, ki vključuje prehod od glasnega preko poltihega do notranjega govora,
- *predstavitve aritmetičnih dejstev poštevance*, pri čemer so se posluževali klasičnih načinov utrjevanja poštevance (s pomočjo učbenikov, didaktičnih iger, učnih listov itd.), 10 minut pri vsaki uri pa je bilo dodanega notranjega govora, ko je otrok prebral račun in odgovor najprej glasno, potem šepetaje in na koncu z notranjim govorom (Ostad, 2006).

Zaključek

Specifične učne težave pri matematiki so kompleksni primanjkljaji s številnimi posledicami na izobraževanje, zaposlitev in socialno vključenost številnih oseb. Že Ginsburg (1997) je poudarjal, da pred-

stavlja konvencionalni način poučevanja najbolj smiselno razlago za neuspešno učenje matematike otrok s splošnimi in specifičnimi učnimi težavami pri matematiki. Poučevanje kognitivnih in metakognitivnih strategij pa predstavlja obetavno alternativo trenutnim pristopom k poučevanju matematike učencev z učnimi težavami. Da bi zadovoljili posebne vzgojno-izobraževalne potrebe otrok s težavami pri matematiki, morajo metode poučevanja in individualne pomoči spremeniti žarišče, **od kako se naučiti več matematike, h kako se uspešneje naučiti matematike z ustrežnejšimi pristopi**. Učencem s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki moramo pomagati, da bodo postali učinkoviti, hitri in fleksibilni uporabniki matematičnih znanj in strategij.

Literatura:

- Adler, B. (2001). What is dyscalculia? An e-book from Kognitivt Centrum Sweden. www.dyscalculiainfo.org
- Anderson, J. R. (1980). Cognitive Psychology and its Implications, Freeman, San Francisco.
- Asskew, W., William, D. (1993). Recent research in mathematics education 5–16. Ofsted Reviews of Research. School of Education King's College. London.
- De Corte, E., Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders' solution strategies of elementary additional and subtraction problems. Journal on Research in Mathematics Education. Volume 18, pp 363–381.
- De Corte, E., Verschaffel, L. (1993). Some factors influencing the solution of addition and subtraction word problems. Language in mathematical education research and practice. Edited by Kevin Durkin and Beatrice Shire. Open University Press. Philadelphia. Pp 117–130.
- Desoete, A., Roeyers, H., De Clercq, A. (2004). Children with mathematics learning disabilities in Belgium. Journal of learning disabilities. Volume 37, number 1, pp 50–61.
- DSM-IV Diagnostic and statistical manual of mental disorders (1994). American Psychiatric Association. Washington.
- Florida Bridges to Practice (2004). Characteristics of Adults with learning disabilities. Web-Based Training Component.
- Galeša, M., Novljan, E., Jelenc, D., Kavkler, M. (1999). Konceptcija vzgoje in izobraževanja otrok in mladostnikov s posebnimi potrebami v Sloveniji: gradivo za razpravo. Društvo defektologov Slovenije. Ljubljana.
- Garnett, K. (1998). Math learning disabilities. The Learning Disabilities Journal of CEC. November 1998, pp 1–8.
- Geary, D. C. (1994). Children's Mathematical Development. Research and Practical Applications. Washington: American Psychological Association.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning disabilities. Journal of learning disabilities. Volume 37, number 1, pp 50–61.
- Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. Journal of Learning Disabilities, 30, 20–33.
- Goldman, S. R., Pellegrino, J. W., Mertz, D. L. (1988). Extended practice of basic addition facts: Strategy changes in learning disabled students. Cognition and Instruction, 5, 223–265.
- Haberlandt, K. (1994). Cognitive psychology. Allyn and Bacon. London.
- Haskell, S. H. (2000). The determinants of arithmetic skills in young children: some observations. European Child and Adolescent Psychiatry. Steinkopff Verlag, Vol. 9, Supplement 2, II/58–II/ 64.
- Hodnik, Čadež, T. (2006). Predavanja Didaktike matematike za študente razrednega pouka v študijskem letu 2005/06.
- ICD -10 (1992). World Health Organization of Mental Health. Geneva.

- Kavkler, M. (1996). Strategije reševanja temeljnih aritmetičnih problemov. *Matematika v šoli*, 4, str. 129–140.
- Kavkler, M., Tancig, S., Magajna, L. (2004). Razvoj aritmetičnih znanj in strategij pri prvošolcih devetletne osnovne šole. *PIO preverjanje in ocenjevanje. Educa. Letnik 1, št.4.*, str. 31–38.
- Lerner, J. (1997). *Learning Disabilities. Theories, Diagnosis and Teaching Strategies*. Houghton Mifflin Company. Boston.
- Lewis, R. B., Doorlag, D. H. (1987). *Teaching special students in the mainstream*. Druga izdaja. Merrill Publishing Company. Ohio.
- Magajna, L., Kavkler, M. (2002). Primanjkljaji na posameznih področjih učenja (PPPU). Zbornik prve mednarodne konference o specifičnih učnih težavah. Razvijanje potencialov otrok in mladostnikov s specifičnimi učnimi težavami. Svetovalni center za otroke, mladostnike in starše Ljubljana, Društvo Bravo in Different d.o.o., Trzin. Kranjska Gora, 26.–28. 9. 2002, str. 3–6.
- Magajna, L., Kavkler, M., Ortar-Križaj, M. (2003). Adults with self reported learning disabilities in Slovenia: Finding from international adult literacy survey on the learning disabilities in Slovenia. *Dyslexia*. John Wiley & Sons, Ltd., 9, 229–251.
- Montague, M., Applegate, B. (1993). Middle school students' mathematical problem solving. An analysis of thinkaloud protocol. *Learning Disability Quarterly*. Volume 16, pp 19–32.
- Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30(2), 164–177.
- National center for learning disabilities (2006). *Dyscalculia*.
<http://www.ldonline.org/article/13709>
- National Joint Committee on Learning Disabilities (NJCLD) (1985). *Adults with learning disabilities: A call to action*.
http://www.ldonline.org/njeld/adults_ld.html
- OECD (2000). *Literacy in the information age. Final report of the international adult literacy survey*. Organisation for economic co-operation development statistic. Canada.
- Ostad, S. A. (1997). Developmental differences in addition strategies: A comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology*, 67, 345–357.
- Ostad A. S. (2006). Uporaba strategij skozi razvojno perspektivo: primerjave otrok z in brez težav pri matematiki. Zbornik prispevkov druge mednarodne konference o specifičnih učnih težavah v Sloveniji Otroci in mladostniki s specifičnimi učnimi težavami-spodbujanje, podpiranje in učinkovita pomoč. Društvo Bravo. Ljubljana, 29. in 30. 9. 2006, str. 50–62.
- Prior, M. (1996). *Understanding specific learning difficulties*. Psychology Press. United Kingdom.
- Shalev, R. S., Auerbach, J., Manor, O., Gross-Tsur, V. (2000). Developmental dyscalculia: prevalence and prognosis. *European Child and Adolescent Psychiatry*. Steinkopff Verlag, Vol. 9, Supplement 2, II/77–II/86.
- Spear-Swerling (2005). *Components of effective mathematics instruction*. <http://www.ldonline.org/article/5588>
- Tancig, S., Kavkler, M., Magajna, L. (2004). Razvoj štetja pri prvošolcih devetletne osnovne šole. *Matematika v šoli*, letnik 11, št. 3,4, 13-141.
- Zigmond, N. (1990). *Learning disabilities from an educational perspective. Better understanding learning disabilities. New views from research and their implications for education and public policies*. Edited by Lyon G.R.Grey, D. B. Kavanagh, J. F., Krasnegor, N. A. Paul. H. Brookes. Baltimore.